

Approche stochastique pour la modélisation de dégradation et modèles de maintenance associés

Antoine Grall
Université de Technologie de Troyes
antoine.grall@utt.fr

Journée IMdR
*De la maintenance préventive programmée
à la maintenance prévisionnelle*

- Introduction et cadre général
- Modèles stochastiques de dégradation
- Pronostic de durée de vie
- Décision de maintenance
- Conclusion

Introduction et cadre général

Maintenance dans le contexte de l'industrie 4.0 : digitalisation, automatisation - transformation numérique

- Essor des technologies et méthodologies pour la surveillance
 - Nouveaux capteurs communicants, autonomes
 - Moyens de calcul de plus en plus performants (les méthodes avancées d'exploitation des données deviennent abordables)
- Information disponible (parfois en temps réel) sur le comportement de l'objet d'étude et sur son environnement
 - Surveillance et analyse du mode de fonctionnement
 - Possibilité de suivi (et de modélisation) des dégradations
 - Vers une planification optimisée des tâches et actions

- Composant passif ou système dynamique soumis à un mécanisme de dégradation
- Inspections ou séquences de diagnostic successives réalisées de manière non nécessairement périodique
- Collecte d'information permettant de caractériser le niveau de dégradation au cours de son évolution (par mesure directe ou synthèse d'indicateur)

 **Objectif du cadre de modélisation stochastique choisi :**

- Permettre un pronostic de durée de vie avec mise à jour dynamique aux instants de collecte d'information
- Construire des modèles d'aide à la décision de maintenance prenant en compte les évolutions de dégradation (maintenance prévisionnelle)

☞ Classification possible des modèles stochastiques de dégradation selon deux familles principales

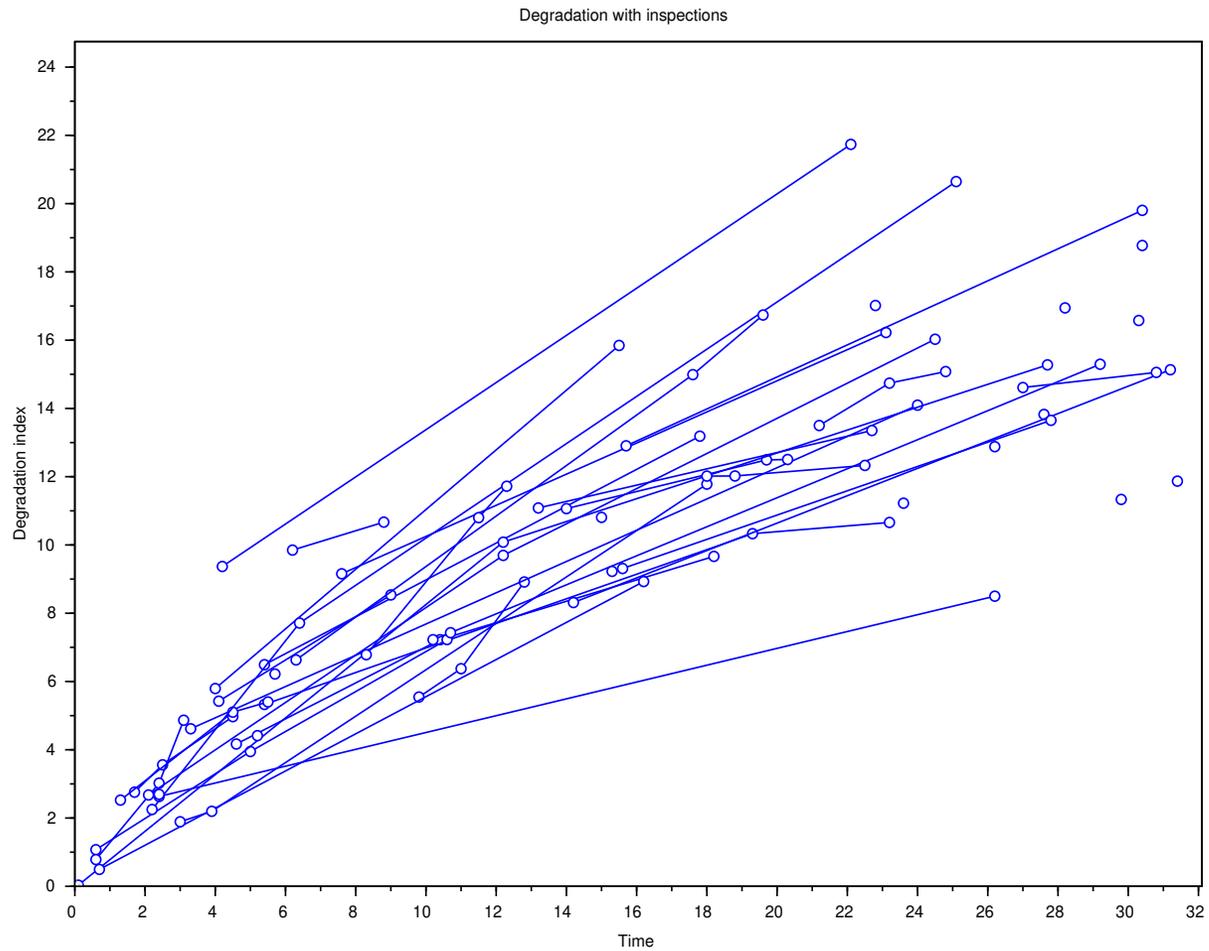
- Phénomène de dégradation déterministe (modélisation de la dynamique s'appuyant sur des considérations mécaniques, physico-chimiques, ...)

$$X_i(t_k) = h(t_k, \Theta_i) + \epsilon_{i,k}$$

h = fonction déterministe, Θ_i = ensemble de paramètres (aléatoires ou non), $\epsilon_{i,k} = \mathcal{N}(\mathbf{0}, \sigma^2)$

- Trajectoires de dégradation considérées comme des réalisations d'un processus stochastique ... sous l'hypothèse qu'un indicateur pertinent d'évaluation du niveau de dégradation a été identifié

Exemple de données



Modèles stochastiques de dégradation

☒ Principe :

- Modèle caractérisé par une distribution de probabilité qui décrit l'ensemble des incréments de dégradation mesurés, quel que soit l'intervalle de temps (ou d'usage) associé à l'incrément

☒ Principales propriétés:

1. $X_0 = \mathbf{0}$ - le système ou la structure est considéré comme «neuf» à sa mise en service
2. Les incréments du processus sont indépendants :

$$\forall \mathbf{0} \leq t_1 < t_2 < \dots < t_n < \infty, X_{t_2} - X_{t_1}, \dots, X_{t_n} - X_{t_{n-1}}$$

sont des variables aléatoires indépendantes

3. Les incréments du processus sont stationnaires :

$\forall t > \mathbf{0}$ et $s > \mathbf{0}$, $X_{t+s} - X_t$ et X_s ont la même distribution de probabilité.

☒ Principaux processus utilisés :

- ☞ **Processus gamma** : loi gamma de paramètre de forme $\alpha(t-s)$ et de paramètre d'échelle β pour l'incrément $Y_{s,t} = X_t - X_s$ ($s < t$)

- Densité de probabilité :

$$f_{\alpha(t-s),\beta}^G(y) = \frac{1}{\beta^{\alpha(t-s)} \Gamma(\alpha(t-s))} \cdot y^{\alpha(t-s)-1} \exp\left(-\frac{y}{\beta}\right) \mathbf{1}_{\{y \geq 0\}}$$

où $\Gamma(u)$ est la fonction gamma d'Euler $\Gamma(u) = \int_0^{+\infty} x^{u-1} e^{-x} dx$.

- Incréments positifs, processus de sauts
- Espérance et variance d'un incrément:

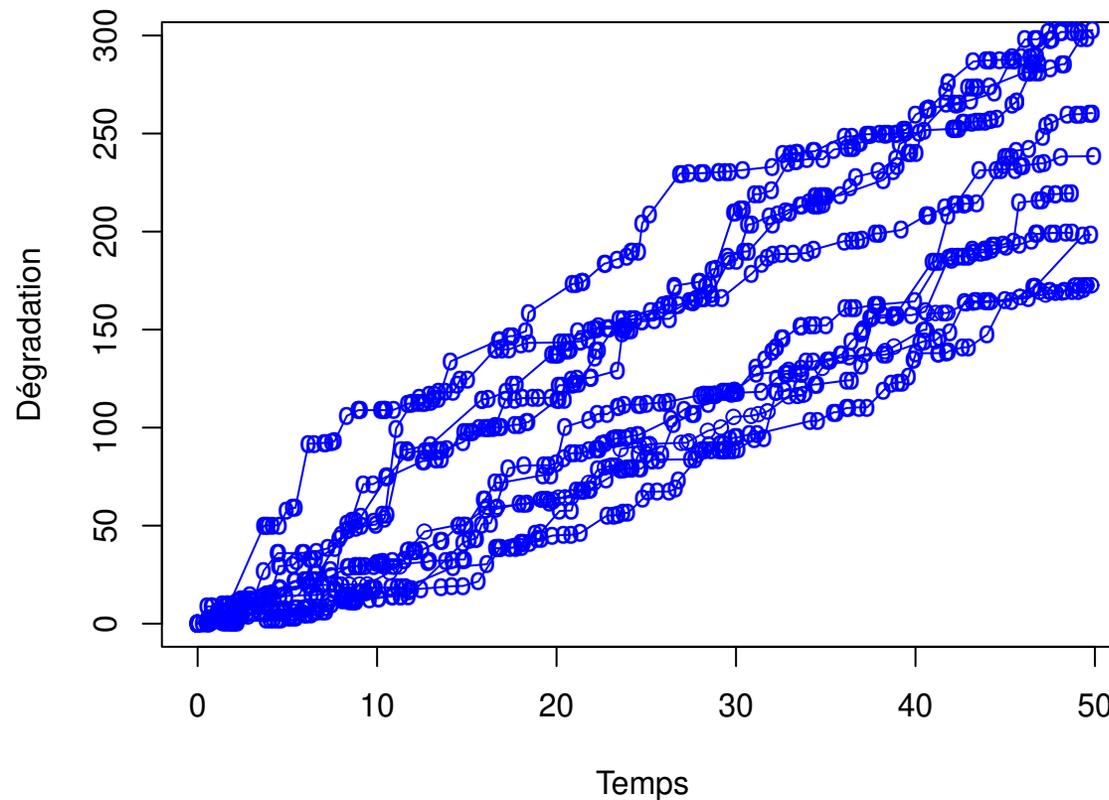
$$\mathbb{E}(Y_{s,t}) = \alpha(t-s) \cdot \beta \text{ et } \text{Var}(Y_{s,t}) = \alpha(t-s) \cdot \beta^2$$

⇒ rapport variance sur moyenne constant

☒ Principaux processus utilisés :

- ☞ **Processus gamma** : loi gamma de paramètre de forme $\alpha(t - s)$ et de paramètre d'échelle β pour l'incrément $Y_{s,t} = X_t - X_s$ ($s < t$)

Trajectoires de processus gamma



☒ Principaux processus utilisés :

- ☞ **Processus de Wiener** : loi normale d'espérance $\mu(t-s)$ et de variance $\sigma^2(t-s)$ pour l'incrément $Y_{s,t} = X_t - X_s$ ($s < t$)

- Densité de probabilité :

$$f_{\mu(t-s), \sigma^2(t-s)}^W(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2(t-s)}} \exp\left(-\frac{(y - \mu(t-s))^2}{2\sigma^2(t-s)}\right)$$

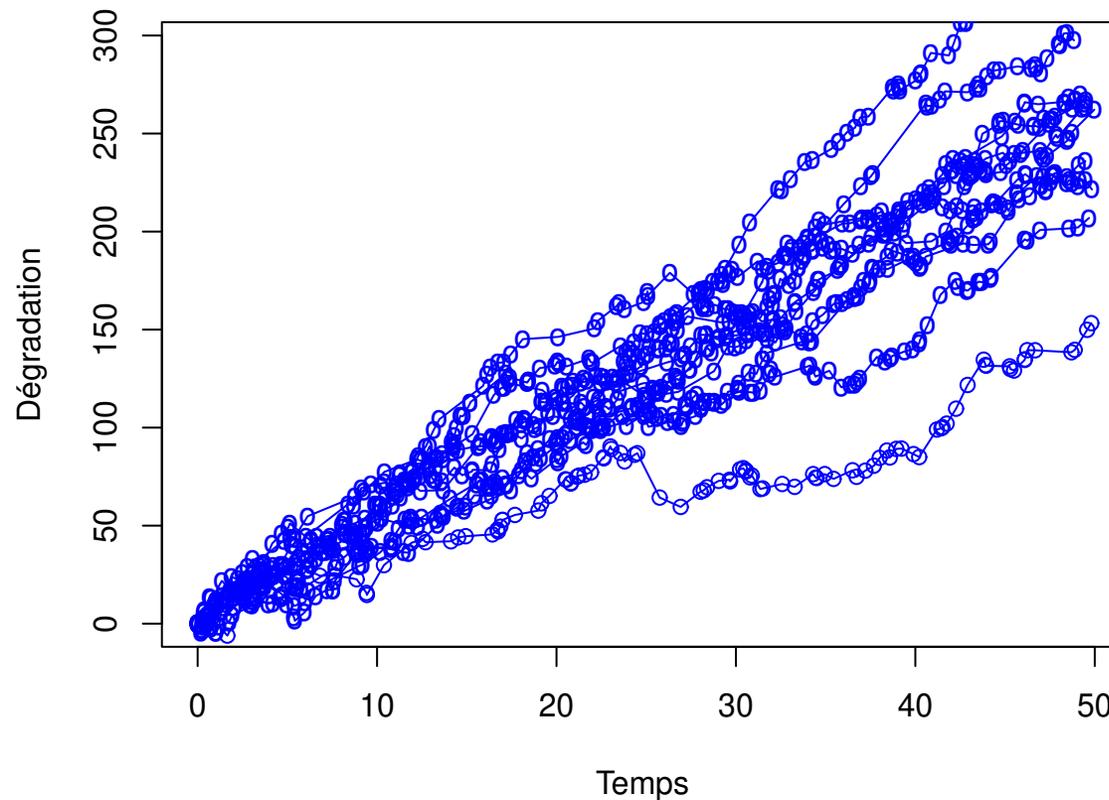
- Possibilité d'incrément négatifs, trajectoires continues

⇒ rapport variance sur moyenne constant

☒ Principaux processus utilisés :

- ☞ **Processus de Wiener** : loi normale d'espérance $\mu(t - s)$ et de variance $\sigma^2(t - s)$ pour l'incrément $Y_{s,t} = X_t - X_s$ ($s < t$)

Trajectoires de processus de Wiener



☒ Principaux processus utilisés :

☞ **Processus inverse gaussien** : loi inverse gaussienne d'espérance $\mu(t-s)$ et de paramètre de forme $\lambda(t-s)^2$ pour l'incrément $Y_{s,t} = X_t - X_s$ ($s < t$)

○ Densité de probabilité :

$$f_{\mu(t-s), \lambda(t-s)^2}^{\text{IG}}(y) = \sqrt{\frac{\lambda(t-s)^2}{2\pi y^3}} \exp\left\{-\frac{\lambda(y - \mu(t-s))^2}{2\mu^2 y}\right\}$$

- Incréments positifs, processus de sauts
- Espérance et variance d'un incrément:

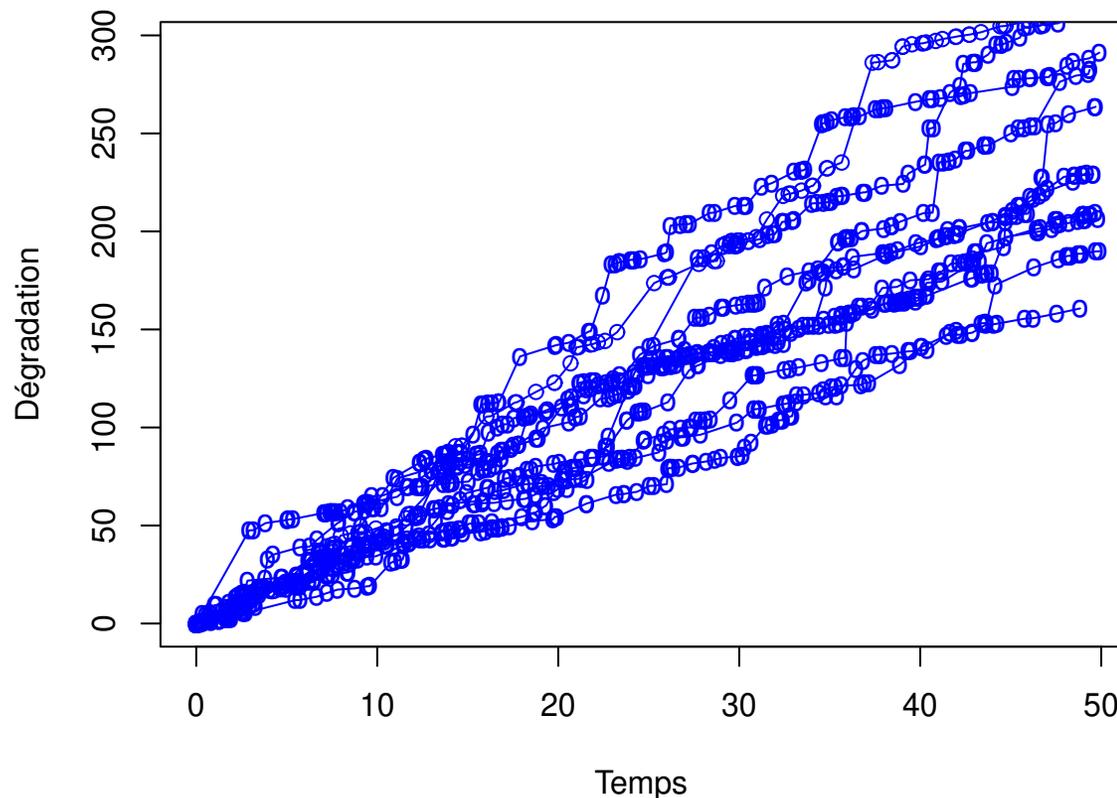
$$\mathbb{E}(Y_{s,t}) = \mu(t-s) \text{ et } \text{Var}(Y_{s,t}) = \frac{\mu^3(t-s)}{\lambda}$$

⇒ rapport variance sur moyenne constant

☒ Principaux processus utilisés :

- ☞ **Processus inverse gaussien** : loi inverse gaussienne d'espérance $\mu(t - s)$ et de paramètre de forme $\lambda(t - s)^2$ pour l'incrément $Y_{s,t} = X_t - X_s$ ($s < t$)

Trajectoires de processus inverse gaussien



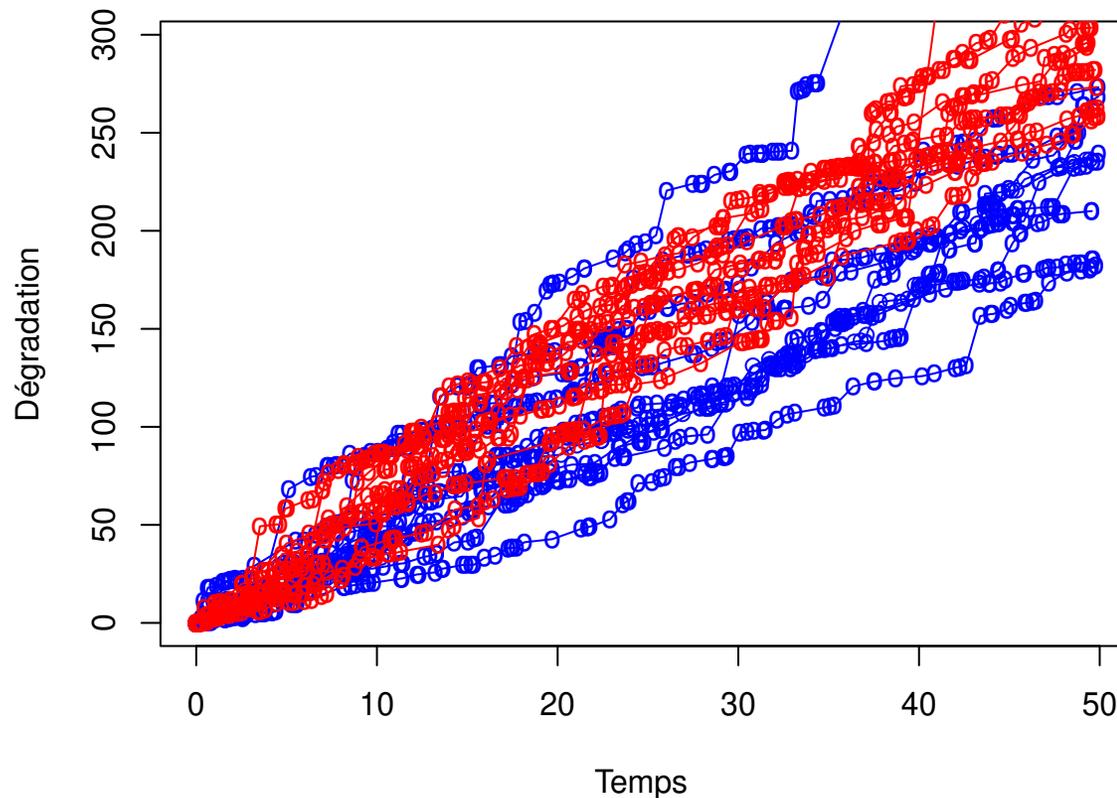
- ✘ Différentes possibilités (approches numériques essentiellement, pas d'expression analytique des estimateurs)
- ✘ Raisonnement sur les incréments de dégradation (indépendance des incréments)
- ☞ Exemple de l'estimation par maximisation de vraisemblance
 - n = nombre de composants identiques surveillés
 - p_i = nombre d'inspections réalisées sur le composant i
 - $x_{i,j}$ = niveau de dégradation observé sur le composant i à l'instant $t_{i,j}$ (j-ème inspection sur le composant i)
 - Expression de la vraisemblance :

$$L(\alpha, \beta) = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^{p_i} f_{\alpha.(t_{i,j}-t_{i,j-1}),\beta}^G(x_{i,j} - x_{i,j-1})$$

avec $t_{i,0} = 0$ et $x_{i,0} = 0$ (dégradation initiale - état de référence).

☒ Influence de variables caractéristiques sur la dégradation

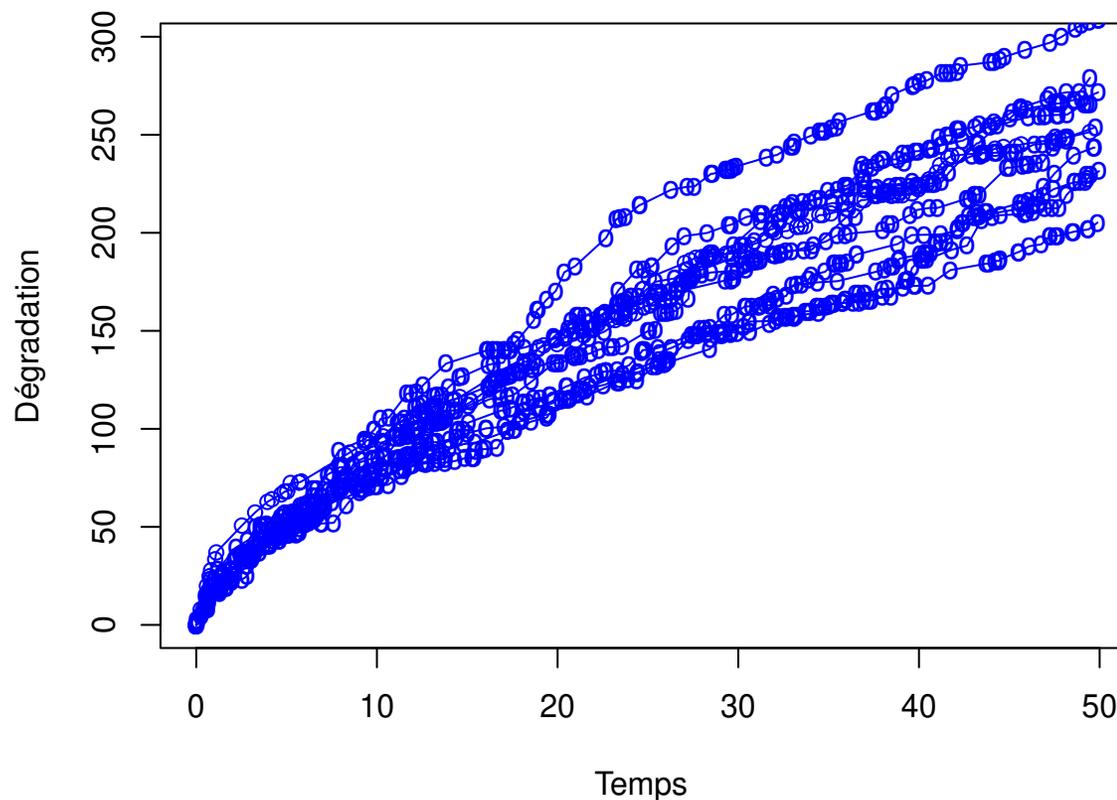
Influence de covariables



Problématiques de classification des trajectoires - paramètres du processus dépendants de covariables

☒ Influence du temps ou de l'usage sur le taux de dégradation

Cas non homogène



Tendances moyennes non linéaires - extension à des processus non homogènes par transformation de l'échelle temporelle (ex: $t \mapsto t^a$)

- Dégradation de structures en béton armé en environnement chloré (concentration en ions chlorure à la surface de la structure)
- Dégradation de géométrie de voie de chemin de fer (indicateur de nivellement)
- Dégradation de pipelines sous l'effet de la corrosion par piqûres
- Érosion de digues
- Dégradation du système de contrôle de l'angle des pales d'éoliennes (dynamique de réponse)
- Dégradation de composants d'électronique de puissance à grand gap (MOSFET-SiC) (évolution de la tension de seuil)
- Dégradation de batteries Li-ion (état de charge / état de santé)
- Fissuration (fatigue, corrosion sous contrainte)

Pronostic de durée de vie

Pronostic = «processus technique permettant la détermination de la durée de vie restante»

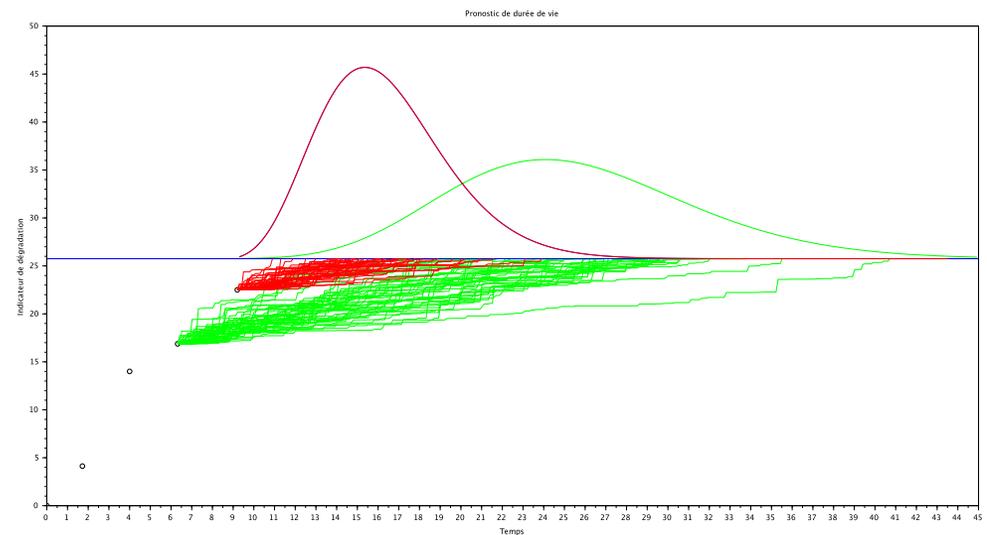
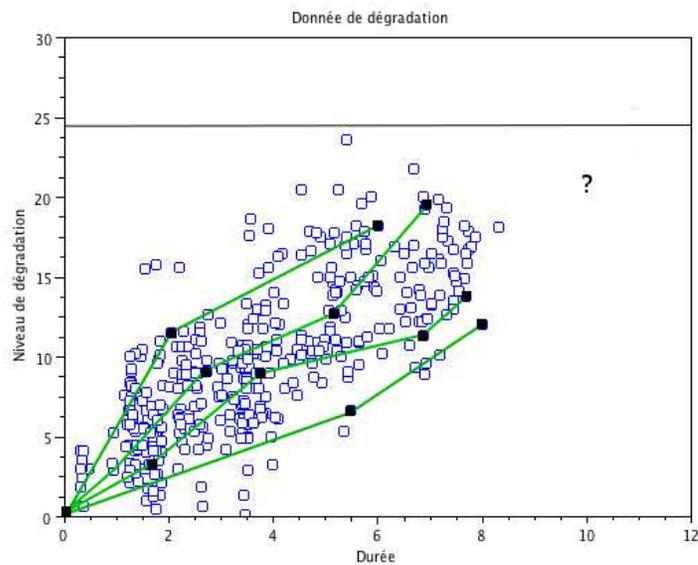
voir norme ISO 13381-1

- Premier type de prévision : combien de temps reste-t-il avant l'occurrence de la prochain panne, sachant l'état courant du système et le profil des opérations passées;
- Second type de prévision : Quel sera l'état du matériel à une date donnée, sachant l'état courant et le profil des opérations passées? - Probabilité que le système opère sans défaillance jusqu'à une date donnée.

(avec quantification de l'incertitude associée à la prévision)

Pour les modèles stochastiques de dégradation :

- Défaillance = seuil L sur le niveau de dégradation
- Date de panne = premier temps d'atteinte du seuil de panne σ_L



- ☒ Definition à l'instant t (sachant que le système est en marche à t)

$$\text{RUL}_t = \inf\{s \geq t, \text{ système en état défaillant à l'instant } s\} - t$$

- ☒ Pour un modèle de dégradation stochastique :

$$\text{RUL}_t = \inf\{s \geq t, X_s > L\} - t$$

☞ Grandeurs caractéristiques :

- Premier temps d'atteinte du seuil de panne $\sigma_L = \inf\{s \geq 0, X_s > L\}$.
- Loi de probabilité de σ_L (sachant les observations passées)

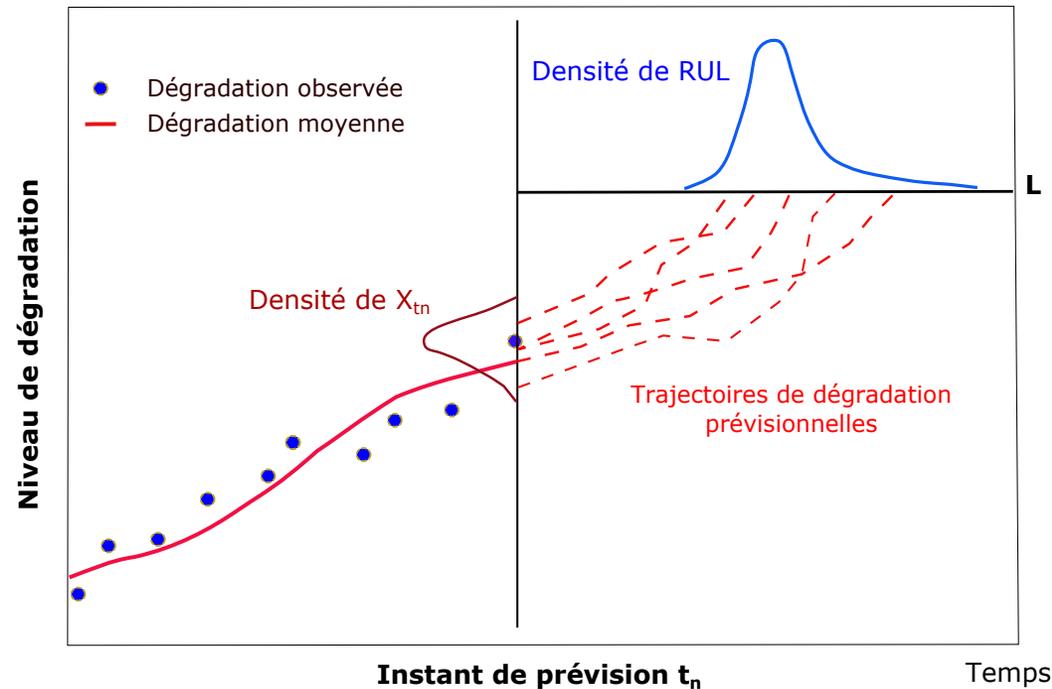
$$\mathcal{L}(\sigma_L | X_{t_i} = x_i) \text{ (ou } \mathcal{L}(\text{RUL}_{t_i} | X_{t_i} = x_i))$$

- Loi de probabilité du niveau de dégradation à un instant futur
 $\mathcal{L}(X_{t, t \geq t_i} | X_{t_i} = x_i)$
- Caractère markovien des processus stochastiques considérés

Caractérisation dans le cas général : processus à deux étapes

- ✘ Distribution de la durée de vie restante sachant les observations indirectes ou bruitées ($t \geq t_n$)

$$P(\text{RUL}_t > \Delta T | Y_1 = y_1, \dots, Y_n = y_n) = \int_E R_{t,x}(s) \mu_{y_1, \dots, y_n}(t, dx)$$



Caractérisation dans le cas général : processus à deux étapes

- ⊗ Distribution de la durée de vie restante sachant les observations indirectes ou bruitées ($t \geq t_n$)

$$\mathbf{P}(\text{RUL}_t > \Delta T | Y_1 = y_1, \dots, Y_n = y_n) = \int_E \mathbf{R}_{t,x}(s) \mu_{y_1, \dots, y_n}(t, dx)$$

- «Diagnostic» : $\mu_{y_1, \dots, y_n}(t, \cdot)$ loi de probabilité du niveau de dégradation à $t > t_n$ conditionnellement aux observations passées $y_i, i = 1, \dots, n$
 - «Pronostic» : $\mathbf{R}_{t,x}(s) = \mathbf{P}(X_u \in \mathcal{U} \forall t \leq u \leq s | X_t = x)$ fiabilité du système sachant que le niveau de dégradation à l'instant t est x .
- ⊗ Loi de probabilité du niveau de dégradation à l'instant donné $t > t_n$ sachant les observations passées $y_i, i = 1, \dots, n$ - même processus.

Cas d'un processus stochastique avec mesure exacte de l'indicateur de dégradation :

☞ expression de $\mathcal{L}(\text{RUL}_{t_i} | X_{t_i} = x_i)$ (fonction de répartition)

- Processus gamma

$$F_{\text{RUL}, t_i}^G(t) = \frac{\Gamma(\alpha(t - t_i), \beta(L - x_i))}{\Gamma(\alpha(t - t_i))}$$

- Processus de Wiener

$$F_{\text{RUL}, t_i}^W(t) = \Phi\left(\frac{-(L - x_i) + \mu(t - t_i)}{\sqrt{\sigma^2(t - t_i)}}\right) + \exp\left(\frac{2\mu(L - x_i)}{\sigma^2}\right) \Phi\left(\frac{-(L - x_i) - \mu(t - t_i)}{\sqrt{\sigma^2(t - t_i)}}\right)$$

(loi inverse gaussienne, de paramètres $m = \frac{L - x_i}{\mu}$ et $\lambda = \frac{(L - x_i)^2}{\sigma^2}$)

- Processus inverse gaussien

$$F_{\text{RUL}, t_i}^{IG}(t) = \Phi\left(\frac{\sqrt{\lambda}((t - t_i) - \delta(L - x_i))}{\sqrt{L - x_i}}\right) - \exp(2r\lambda\delta) \Phi\left(-\frac{\sqrt{\lambda}((t - t_i) + \delta(L - x_i))}{\sqrt{L - x_i}}\right)$$

(Φ = fonction de répartition de la loi normale)

Maintenance

☒ Maintenance préventive basée sur le niveau de dégradation:
à l'instant de décision T_n (inspection)

- Si $X_{T_n} \geq L$: système défaillant -> remplacement correctif;
- Si $M \leq X_{T_n} < L$: système détérioré -> remplacement préventif;
- Si $X_{T_n} < M$: pas de nécessité d'intervention, système laissé en l'état et choix de date de re-évaluation.

☒ Planification non périodique basée sur la RUL : instants de mise à jour du pronostic après inspection éventuelle

$$T_{n+1} = T_n + \tau_p(X_{T_n}),$$

où $\tau_p(x)$ = fonction décroissante du niveau de dégradation x .

Exemple : $\tau_p(X_{T_n}) = \left\{ \Delta t : \Pr(X_{T_n+\Delta t} \geq L | X_{T_n}) = p \right\}$ (p-quantile de la RUL).

☞ Variables de décision : p et M - à déterminer (optimiser)

Introduction

Processus

Pronostic

Maintenance

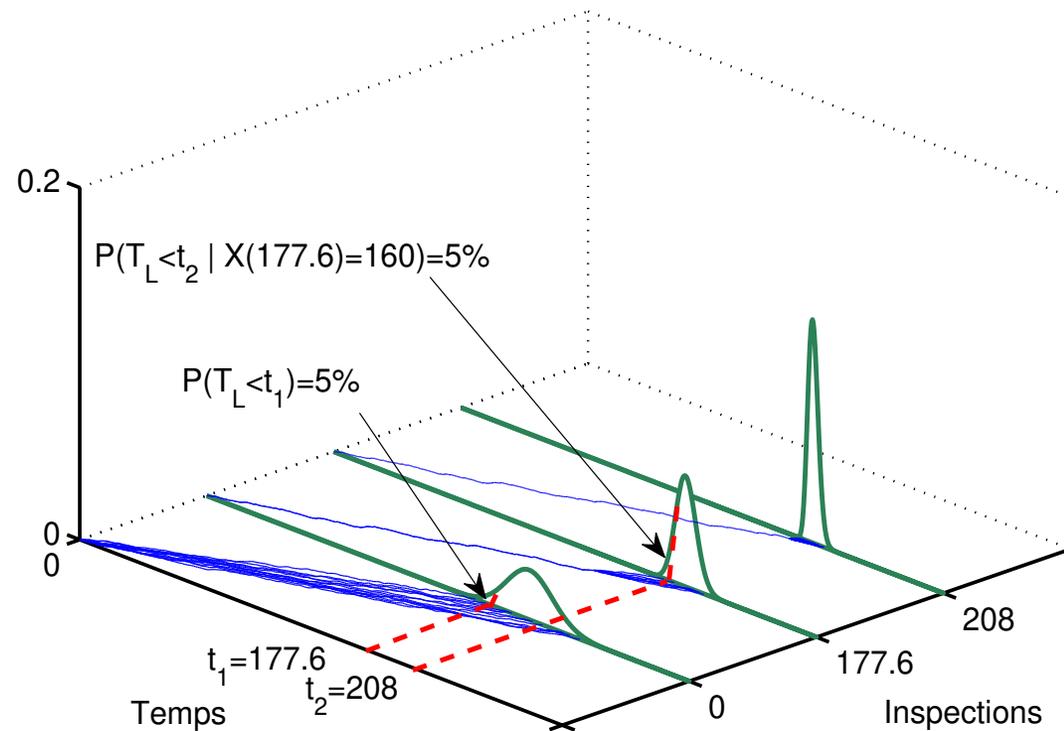
- **Décision**
- Décision
- Coût

En conclusion

Merci

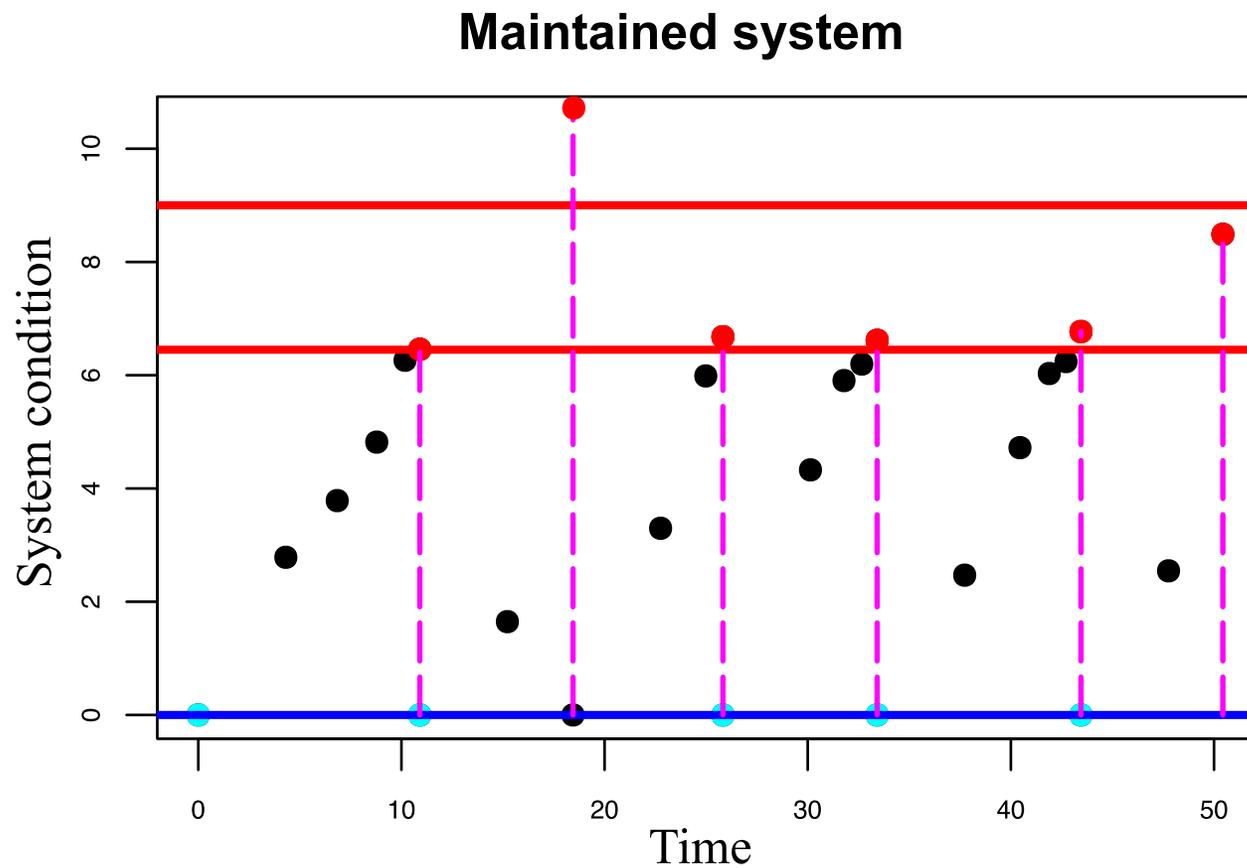
➤ Décisions successives pour une règle dynamique basée sur le temps

Probabilité de défaillance avant l'inspection suivante ≤ 0.05

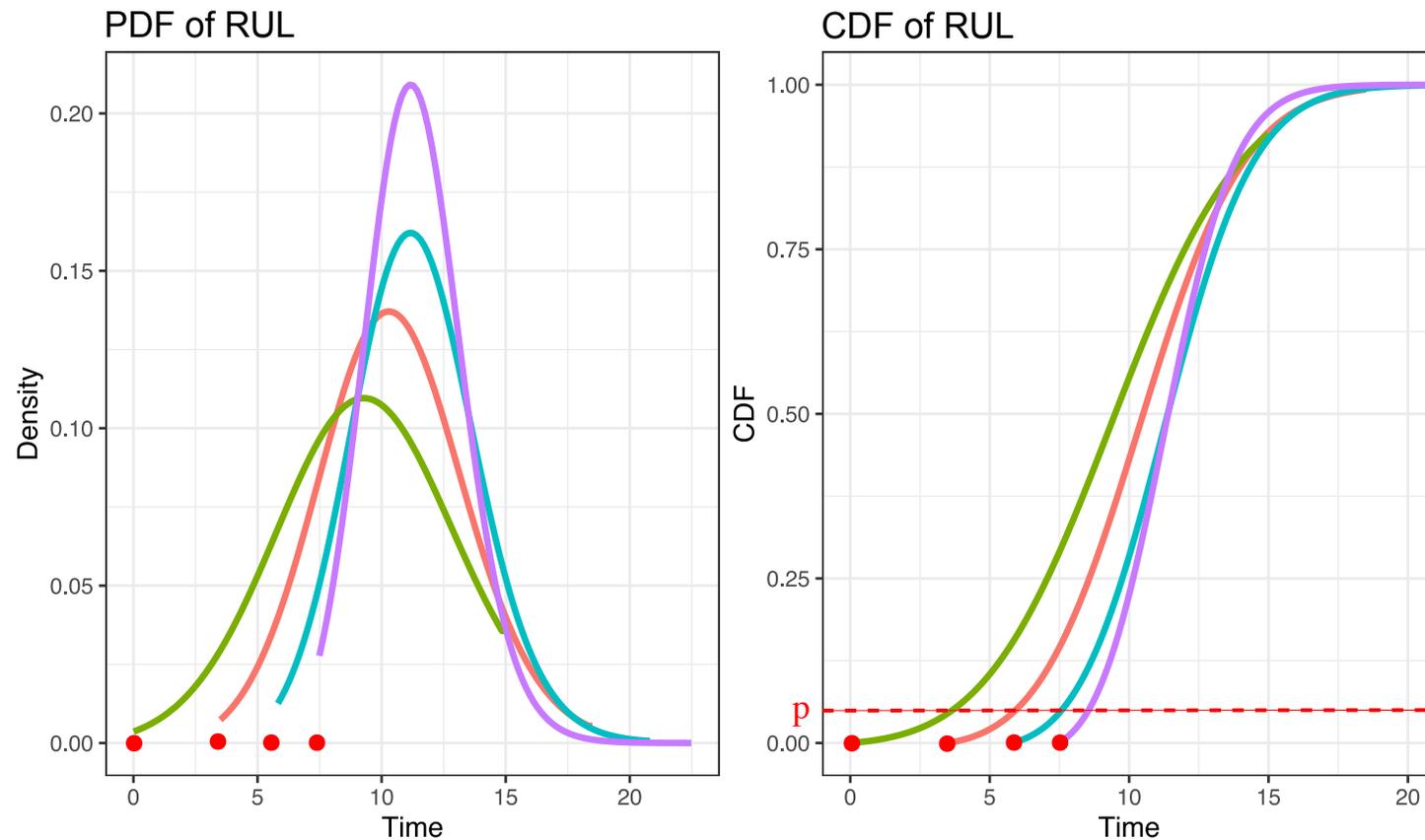


Niveau de dégradation à l'instant de dernière inspection proche de la limite de défaillance
 ⇒ prédiction de durée de vie plus précise

☒ Exemple d'évolution de système maintenu



☒ Caractérisation de la durée de vie aux instants successifs d'inspection ou de mise à jour planifiés dynamiquement



☒ Coût cumulé jusqu'à l'instant t (surveillance, préventif, correctif, indisponibilité)

$$C(t) = \sum_{n \in \mathbb{N}} \left(C_i I_{\{t \leq T_n\}} + C_p I_{\{t \leq T_n, M \leq X_{T_n^-} < L\}} + C_c I_{\{t \leq T_n, X_{T_n^-} \geq L\}} \right) + C_d \int_0^t I_{\{X_s \geq L\}} ds$$

☒ Fonction objectif pour la détermination des variables de décision

- Coût moyen par unité de temps sur un **horizon temporel fini** de longueur T_{end}

$$EC_{T_{\text{end}}} = E[C(T_{\text{end}})] / T_{\text{end}}$$

☞ **Simulation Monte Carlo**

- Coût moyen par unité de temps à **long terme**

$$EC_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{E[C(t)]}{t}$$

☞ **Propriétés des processus stochastiques décrivant l'évolution du système maintenu**

En conclusion

- ✘ Cadre global pour la maintenance prévisionnelle, depuis la modélisation de dégradation jusqu'à la prise de décision optimisée
- Modélisation de la dégradation s'appuyant sur les incréments de dégradation, prise en compte de considérations physiques possible
- Pronostic de durée de vie mis à jour en fonction des données de surveillance
- Règles de décision paramétriques pour une maintenance prévisionnelle, éventuellement imparfaite, avec décision selon le temps ou le niveau de dégradation
- Optimisation numérique des variables de décision sans recours à la simulation stochastique (compromis préventif/correctif, prise ne compte du coût de surveillance)

☒ Limitations et questions ouvertes

- Construction d'un indicateur mono ou bivarié caractéristique du niveau de dégradation
- Systèmes multi-composants ou flottes d'équipements : défi du passage à l'échelle;
- Intégration des conditions d'usage et d'environnement futures pour le pronostic et la maintenance;
- Extension des actions de maintenance aux reconfiguration de lois de commande

Merci

- Antoine Grall. Modélisation d'une cinétique de dégradation. In André Lannoy, Maurice Lemaire, and Alain Delage, editors, *La fiabilité en mécanique - Des méthodes aux applications*, Technologies, pages 141–154. Presses des Mines, 2018.
- Sophie Mercier and Waltraud Kahle and Christian Paroissin. Degradation Processes in Reliability. *Mathematics and Statistics Series, Mathematical Models and Methods in Reliability Set*, Wiley-ISTE, 2016.
- J.M. van Noortwijk. A survey of the application of gamma processes in maintenance. *Reliability Engineering and System Safety*, 94:2–21, 2009.
- Antoine Grall and Elham Mosayebi Omshi. Continuous-time predictive maintenance modeling with dynamic decision framework. In Hoang Pham, editor, *Springer Handbook of Engineering Statistics*, volume C: Reliability Models & Survival Analysis. Springer-Verlag London, 2nd edition, 2022.