

Tutoriel C2

Modéliser un problème
de décision dans
l'incertain : arbre de
décision et
diagrammes d'influence

Marc Lassagne
ARTS ET METIERS
PARISTECH

François Beaudouin
EDF



SAINT-MALO
11 au 13 octobre 2016

MAÎTRISER LES RISQUES DANS UN MONDE EN MOUVEMENT





Introduction

Eléments d'un problème de décision :

- Alternatives
- Incertitudes
- Conséquences et préférences sur ces conséquences

+ 1 critère de choix



Introduction

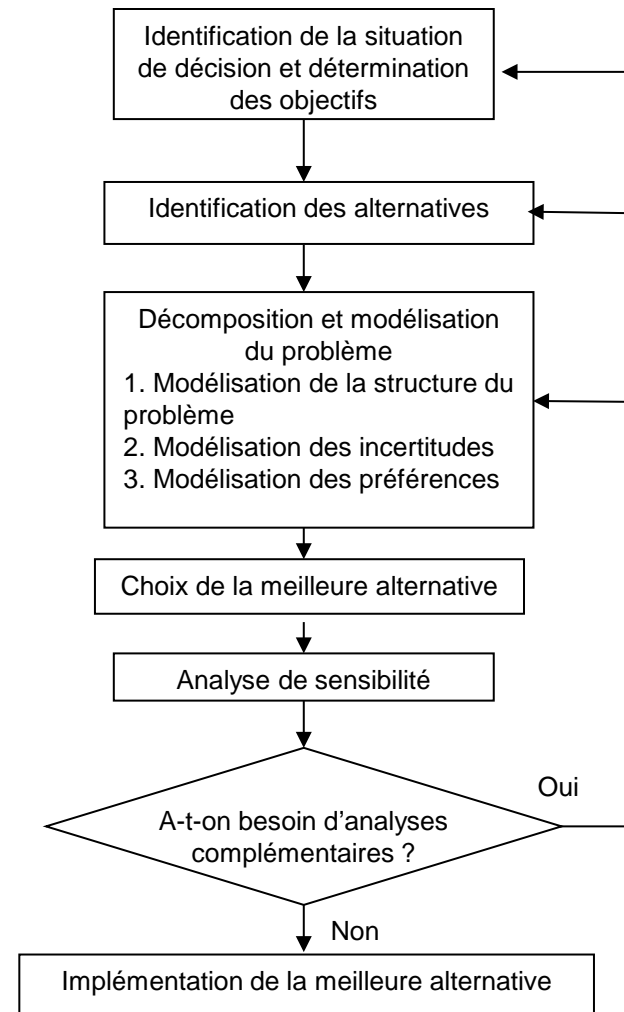
Outils de modélisation des problèmes de décision :

- Outil d'inférence et de modélisation de l'incertitude : réseaux bayésiens
- Outils de structuration et de résolution du problème de décision:
 - Diagrammes d'influence
 - Arbres de Décision
- Utilité :
 - Clarifier des situations décisionnelles complexes
 - Fournir un cadre méthodologique appuyé sur des outils mathématiques rigoureux (théorie des graphes, statistique bayésienne) pour résoudre ces situations
 - Communiquer les résultats
 - Eviter de se faire manipuler! (ou apprendre à manipuler...). Cf. Tutoriel de L. Dehouck



Introduction

Processus canonique de décision





Plan du tutoriel

- Diagrammes d'influence
- Arbres de décision
- Résolution des problèmes de décision
- Révision bayésienne et valeur de l'information
- Extensions et prolongements



Diagrammes d'influence

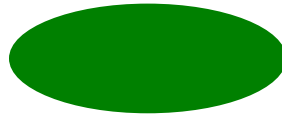
Définitions : un diagramme d'influence est...

- Pour le non-initié : ... un ensemble de bulles et de flèches.
- Pour le *decision analyst* : ... une représentation formelle d'un ensemble de décisions, d'incertitudes, de valeurs et d'inférences.
- Pour le consultant : ... un langage graphique de communication entre les diverses parties prenantes à un problème de décision.
- Pour le mathématicien : ... un graphe orienté acyclique avec plusieurs types de nœuds, une extension des réseaux bayésiens par des nœuds de décision et des nœuds déterministes (ou de valeur).



Diagrammes d'influence

Nœuds d'incertitudes :



- Représentent les paramètres hors de contrôle du décideur
- Sont définis par une distribution de probabilité
- Peuvent être reliés par des arcs correspondant au conditionnement d'une incertitude par une autre



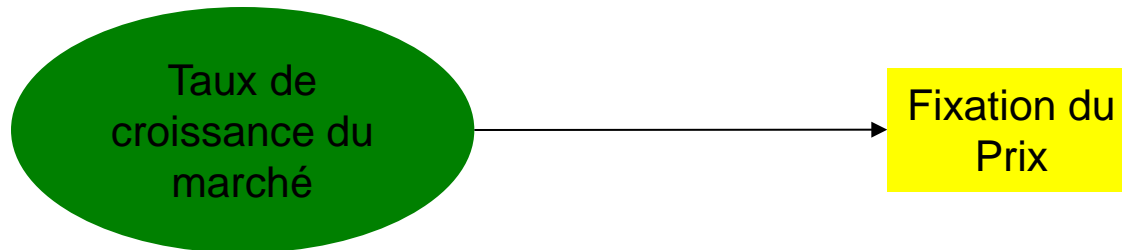


Diagrammes d'influence

Nœuds de décision :



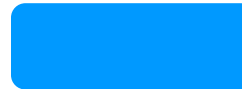
- Représentent les choix sous contrôle du décideur
- Sont définis par un ensemble d'alternatives
- Peuvent être la cible d'arcs montrant la disponibilité d'une information



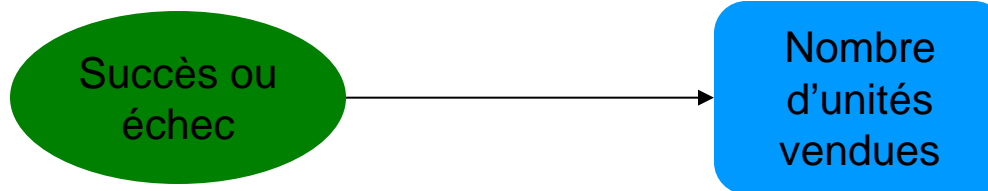


Diagrammes d'influence

Nœuds déterministes et de valeur:



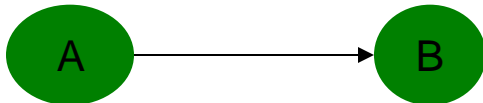
- Sont utilisés pour saisir les paramètres du modèle (probabilités, prix, coûts...)
- Peuvent être conditionnés par un (ou plusieurs) nœud(s) d'incertitude et/ou de décision



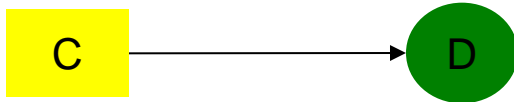


Diagrammes d'influence

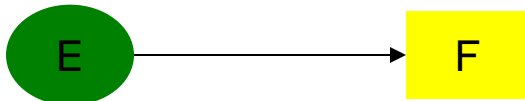
Arcs :



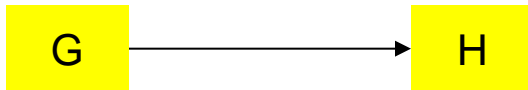
Les probabilités associées à la variable B dépendent des résultats aléatoires de A



Les probabilités associées à la variable D dépendent de la décision C



Le décideur connaît le résultat de la réalisation de la variable aléatoire E lorsqu'il prend la décision F

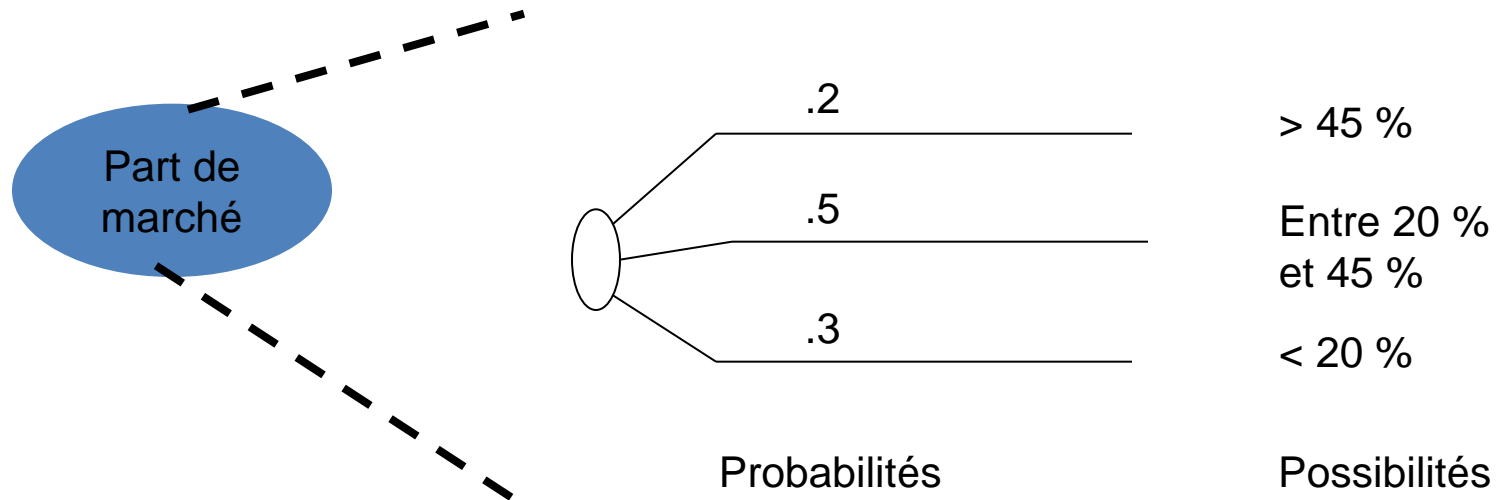


Le décideur connaît la décision G lorsqu'il prend la décision H



Diagrammes d'influence

Spécification des nœuds d'incertitude :

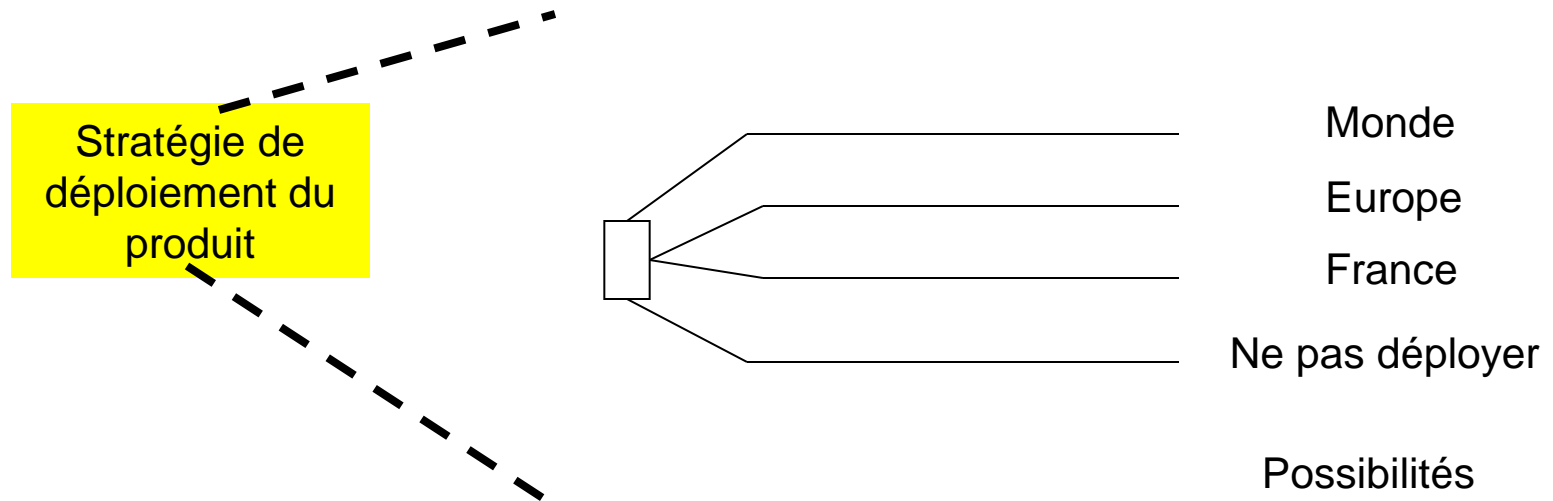


NB: On peut spécifier les probabilités grâce à une distribution continue que l'on discrétise



Diagrammes d'influence

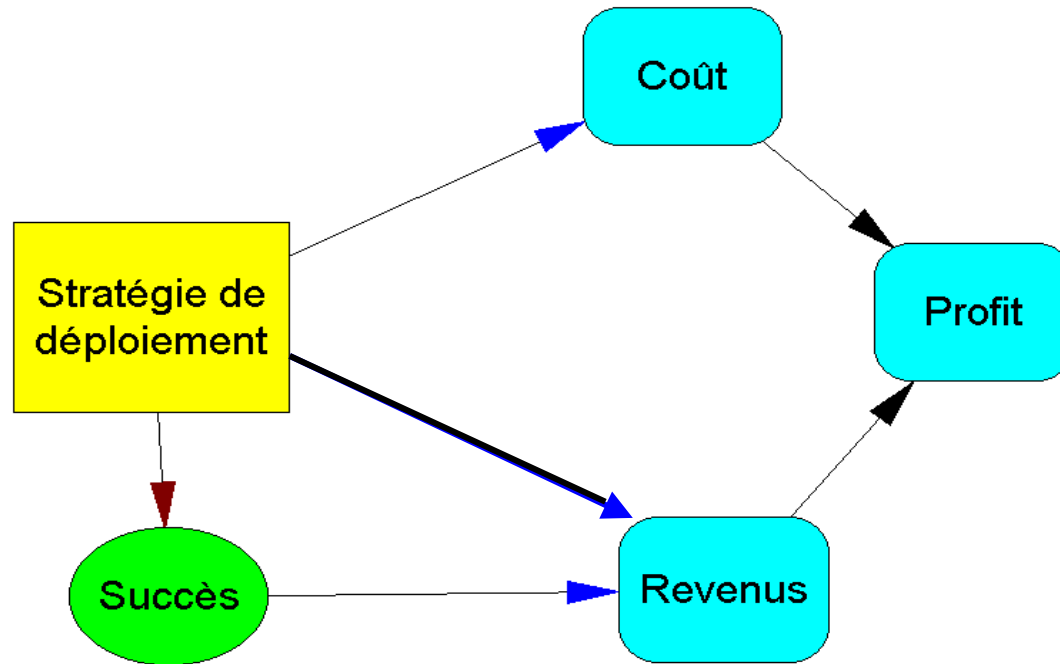
Spécification des nœuds de décision :





Diagrammes d'influence

Exemple :





Arbres de décision

Définitions :

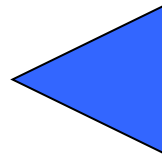
- Un arbre de décision est un graphe orienté composé de nœuds d'incertitude, de nœuds de décision, et de nœuds terminaux.
- L'arbre de décision permet de représenter la séquentialité des décisions et événements de manière plus explicite qu'avec un diagramme d'influence
- L'importance de la taille d'un arbre de décision rend justifiée son utilisation en conjonction avec un diagramme d'influence



Arbres de décision

Nœuds terminaux :

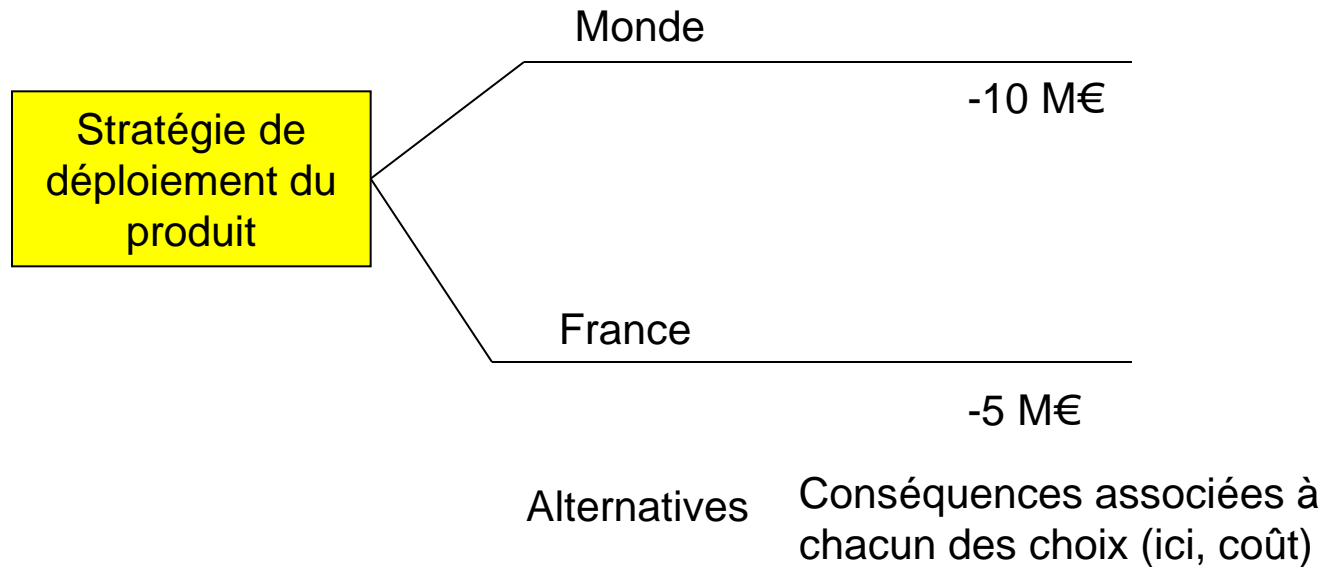
Ils marquent la fin d'une branche.





Arbres de décision

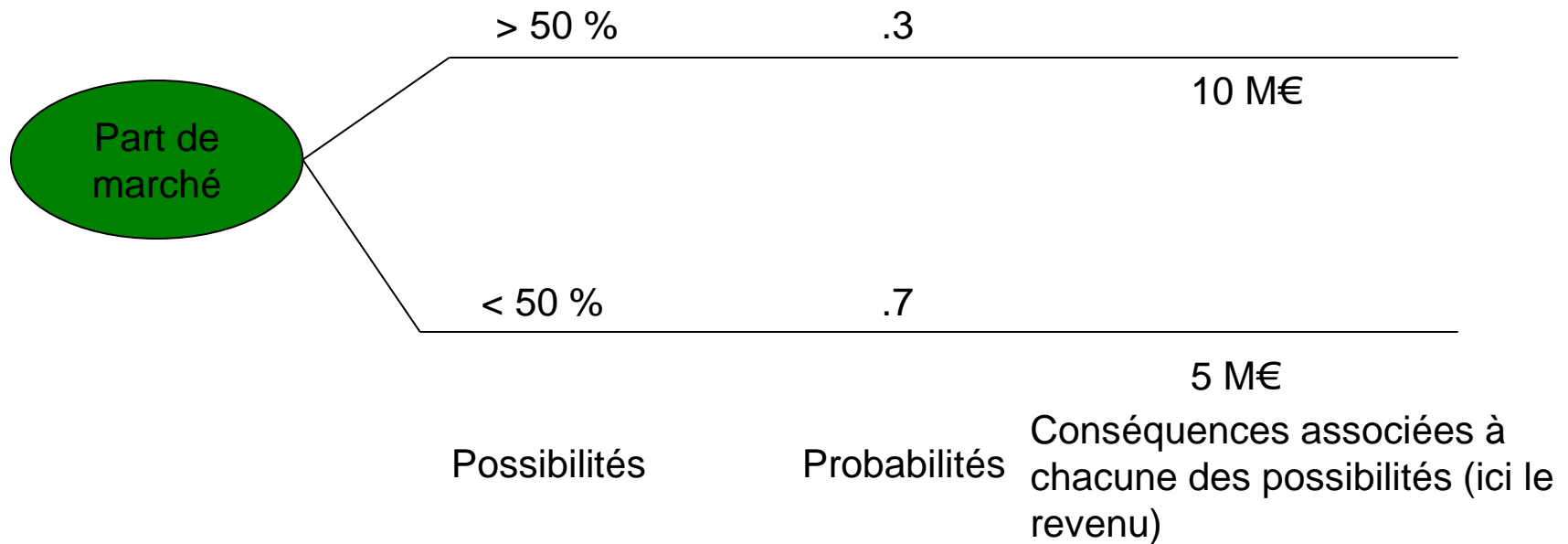
Nœuds de décision :





Arbres de décision

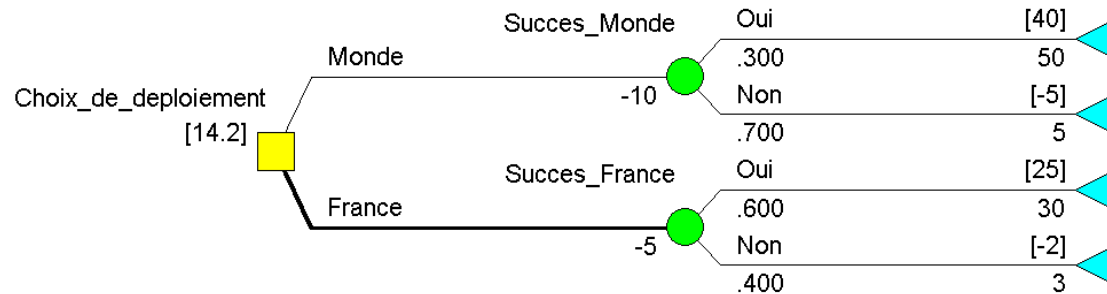
Nœuds de chance :





Arbres de décision

Exemple :





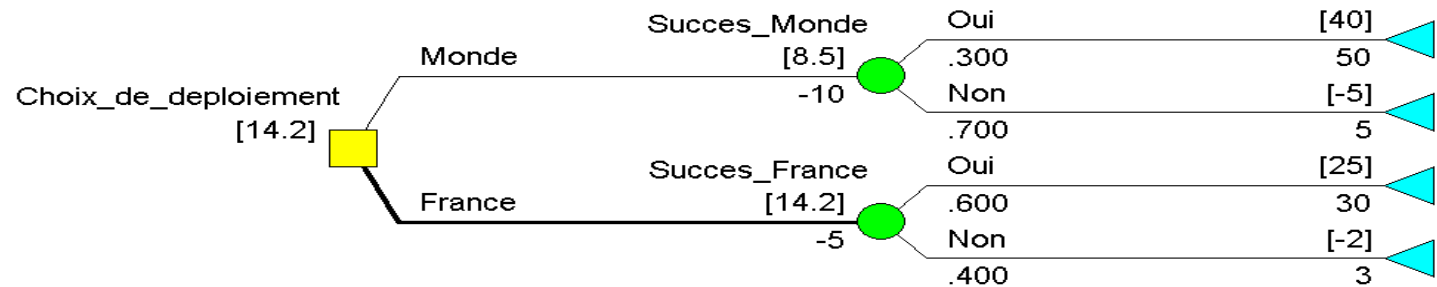
Résolution des problèmes de décision

- Principe de résolution : on utilise comme critère la maximisation de la valeur espérée (ou maximisation de l'espérance mathématique du gain).
- 2 étapes :
 1. “**roll-forward**” : calcul pour chaque branche de la somme des conséquences des choix et incertitudes (ie, calcul des payoffs finaux pour chaque nœud terminal).
 2. “**rollback**” : calcul de la valeur espérée pour chaque nœud d'incertitude, et choix des décisions auxquelles sont associées les valeurs espérées les plus élevées.



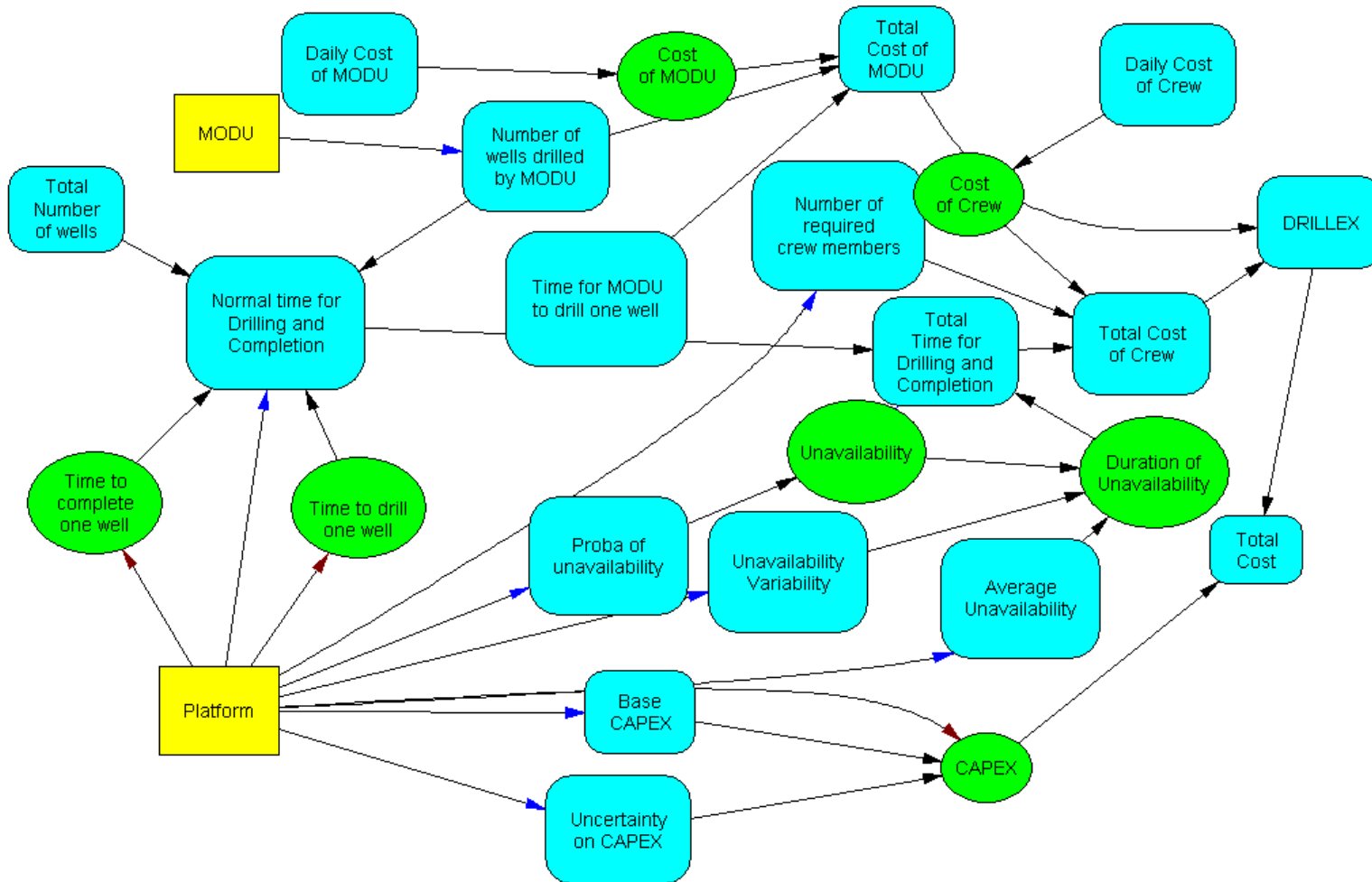
Résolution des problèmes de décision

Exemple :



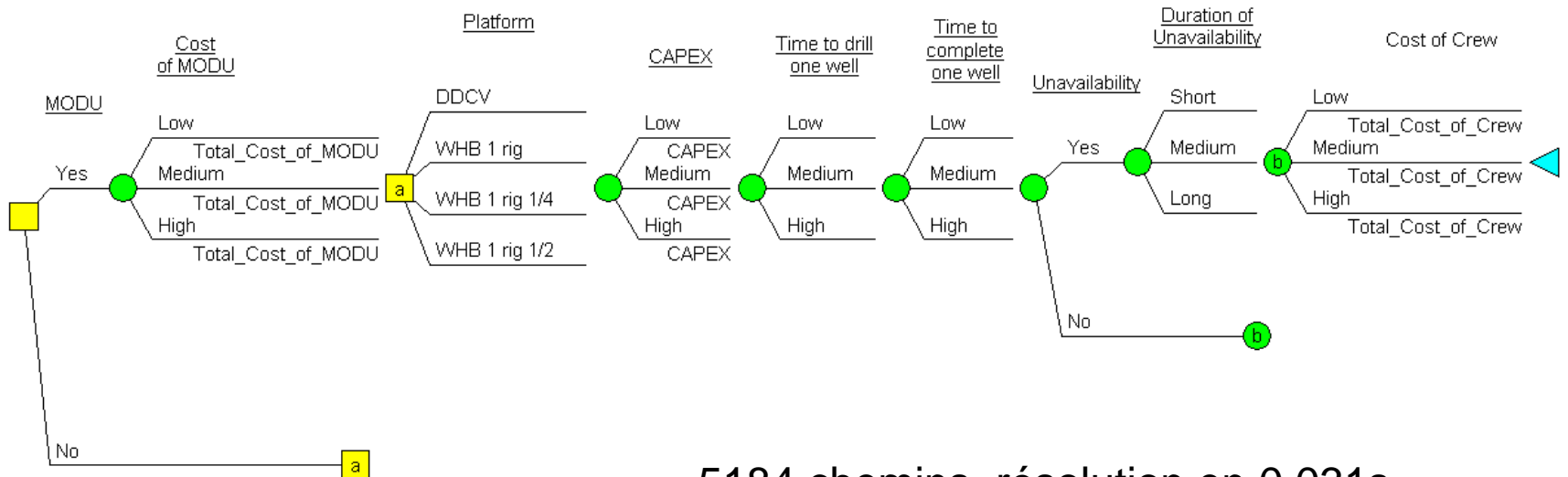


Résolution des problèmes de décision





Résolution des problèmes de décision



5184 chemins, résolution en 0,031s



Analyse décisionnelle concernant l'optimisation de l'investissement pour la restauration d'un avion de société



M. Farano¹, F.P. Contó¹, M.A. Bucci¹, T. Horstmann¹

¹DynFluid, Arts et Métiers ParisTech, France

Abstract

Une société fictive doit prendre une décision sur l'investissement pour la réparation d'un avion. Le moteur s'est cassé et à partir de sa réparation on a identifié 3 autres alternatives : remplacement pour un moteur de type piston ou de type turboprop, ou l'achat d'un nouvel avion. Au moment de prendre la décision, la dernière alternative n'est pas réalisable du fait du manque d'argent mais est considérée une alternative intéressante à l'avenir. On considère donc la possibilité de renvoyer le choix dans 5 ans. En utilisant le logiciel DPL7 il paraît que l'achat du nouvel avion, si possible, soit la meilleure solution pour la société. Dans ce contexte on a considéré trois attributs, notamment le coût, l'efficacité et la capacité. La robustesse du modèle a été testée avec deux profils psychologiques : Risquophobe et Risquophile. Une analyse de la sensibilité a révélé qu'en diminuant l'efficacité ou la capacité du nouvel avion, l'autre alternative serait le moteur turboprop dans 5 ans.

Modélisation du problème



(a) Nouvel avion (b) Moteur piston (c) Moteur turboprop

Les attributs influençant la solution

↳ Coût Efficacité Capacité

Les alternatives au moment

- ↳ Réparation : ⊕ les coûts ⊖ fonctionnement fiable pendant 5 ans
- ↳ Remplacement sur un moteur de type "piston" (b) : ⊕ les coûts
- ↳ Remplacement sur un moteur de type turbopropulseur (c) : ⊕ l'efficacité

Les alternatives dans 5 ans

- ↳ Remplacement sur un moteur de type piston (b) : ⊕ les coûts
- ↳ Remplacement sur un moteur de type turbopropulseur (c) : ⊕ l'efficacité
- ↳ l'achat de nouvel avion (a) : ⊕ capacité ⊕ efficacité ⊖ les coûts

Incertitudes

- ↳ Incertitude sur la destination au moment : efficacité - ⊖ Sevilla (0.2), ⊕ Pôle Nord (0.8)
- ↳ Incertitude sur la destination dans 5 ans : efficacité - ⊖ Sevilla (0.1), ⊕ Pôle Nord (0.9)
- ↳ Incertitude sur la charge utile au moment : efficacité - ⊖ charge 3/4 (0.2), ⊕ charge max (0.8)
- ↳ Incertitude sur la charge utile dans 5 ans : efficacité - ⊖ charge 3/4 (0.1), ⊕ charge max (0.9)
- ↳ Incertitude sur le budget dans 5 ans : ⊖ budget suffisant (0.81), ⊕ budget insuffisant (0.19)

Diagramme d'influence



FIGURE: Diagramme d'influence

Arbre de décision



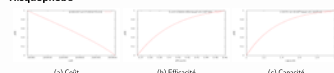
FIGURE: Arbre de décision

Remarque

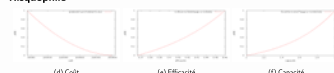
- ▶ le nœud "choix moteur ou avion dans 5 ans" est asymétrique, parce que les coûts sur chaque branche sont différentes.
- ▶ Comme le logiciel DPL7 fait la somme entre chaque branche en série, pour évaluer l'efficacité globale de toutes les alternatives possibles, on a effectué le produit sur la dernière branche.

Critère de l'utilité espérée

↳ Risquophobe



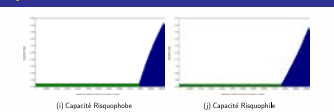
↳ Risquophile



Solution



Analyse de la sensibilité



- ▶ si la capacité est inférieure à 1.77 (risquophile) et 1.79 (risquophobe) respectivement, le remplacement sur un moteur turbopropulseur est le meilleur choix
- ▶ si l'efficacité est inférieure à 0.446 (risquophile) et 0.462 (risquophobe) respectivement le remplacement sur un moteur turbopropulseur est le meilleur choix

Conclusion

Le modèle, malgré les deux psychologies différentes comparées (Risquophobe et Risquophile), prévoit la même solution : l'achat d'un nouvel avion. Donc le modèle est robuste à condition que les modèles statistiques utilisés pour prédire les paramètres dans cinq ans, fournissent des valeurs avec une grande fiabilité et donc une petite marge d'incertitude.

Poster M. Farano, F. P. Contó, M. A. Bucci, T. Horstmann

m.farano@libero.it

Modification du procédé de fabrication de modèles de fonderie

Projet ADERI 2013-2014



Groupe DEVPRO-5

DUREL Pierre-Jean, HAMARD Thomas, NAIJARO Maurice, SAUVAT Cédric, SANSEVERINATI Maria Eugenia



Choix de matériau : bois ou résine



Alternatives

- Sous-traitance
- Changement de méthode fabrication
- Changement de matériau utilisé
- Retouche du modèle

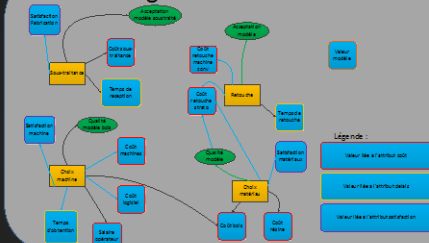
Incertitudes

- Qualité du modèle
- L'acceptation du modèle

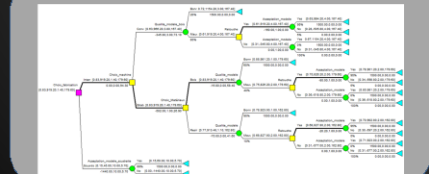
Logigramme



Diagramme d'influence



Arbre de décision



Fonction multi attribut

$$U(\text{Euro}, \text{Sev}, \text{N}) = \left[(1 + 12.19\%) \cdot 0.10 \cdot \left(\frac{\text{Euro} + 1500}{2000} \right)^{1.5} \right] + \left[1 - 12.19\% \cdot 0.05 \cdot \left(\frac{110}{\text{JOINT}} \right)^{1.5} \right] + \left[1 + 12.1\% \cdot 0.06 \cdot \left(-0.16 - 0.15 \cdot e^{\frac{1}{2000} \cdot \text{Sev}} \right) \right] \cdot \left(\frac{1}{12.49} \right)$$

Limites

- Fonction multi-attribut : pour obtenir un modèle qui soit plus réel, il est nécessaire de s'intéresser à d'autres attributs complémentaires.
- Néanmoins, cela augmenterait la complexité du modèle et rendrait plus difficile la résolution de la fonction
- Stratoconception : il est intéressant de regarder si cette méthode pourrait permettre à l'entreprise d'accroître ses parts de marchés

Résultats

- Notre entreprise a finalement décidé de changer sa politique de production
- Nous avons décidé d'abandonner le système actuel de fabrication par machines conventionnelles
- Nous avons adopté la méthode de stratoconception
- Les modèles seront fabriqués en bois, puisque le système de stratoconception est plus rentable avec ce matériau qu'avec la résine



Résolution des problèmes de décision

Des utilisations en industrie (source : Syncopation Software):

- Allouer des fonds en R&D (GM)
- Déterminer une stratégie de remédiation d'un site pollué (Air Force Institute of Technology)
- Déterminer une politique d'allocation des ressources en eau (ville de Palo Alto)
- Analyse de risques liés à la production (Novartis)
- ...



Révision bayésienne et valeur de l'information

D'où viennent les probabilités dans le modèle?

3 traditions (Hacking, 1975) :

- Approche classique (laplacienne)
- Approche fréquentiste (Von Mises...)
- Approche subjectiviste (Bayes, Keynes, de Finetti...)



Révision bayésienne et valeur de l'information

D'où viennent les probabilités dans le modèle?

3 traditions (Hacking, 1975) :

- Approche classique (laplacienne)
- Approche fréquentiste (Von Mises...)
- Approche subjectiviste (Bayes, Keynes, de Finetti...)

- Principe de raison insuffisante (ou d'insuffisance de raison)



Révision bayésienne et valeur de l'information

3 interprétations du théorème de Bayes (Révérend Thomas Bayes, 1702-1761) :

- Mathématique: c'est une simple identité issue de la définition des probabilités conjointes et des probabilités conditionnelles.
- En terme d'information et de connaissance: c'est une règle qui permet de mettre à jour les probabilités a priori dont on dispose lorsqu'une information supplémentaire se présente (révision bayésienne).
- En terme d'analyse de la décision: c'est une règle qui permet d'inverser l'ordre des nœuds entre un diagramme d'influence et un arbre de décision



Révision bayésienne et valeur de l'information

Construction mathématique :

On a (par définition):

$$P(A, B) = P(A/B) P(B)$$

$$P(B, A) = P(B/A) P(A)$$

Comme

$$P(A, B) = P(B, A)$$

On a

$$P(A/B) P(B) = P(B/A) P(A)$$

soit

$$\boxed{P(A/B) = P(B/A) P(A) / P(B)}$$



Révision bayésienne et valeur de l'information

Interprétation:

A : l'événement dont on cherche à prévoir la probabilité

B : l'élément additionnel qui nous aide à prévoir la probabilité de A.

$P(A)$: Probabilité d'occurrence de A a priori.

$P(A/B)$: la probabilité a posteriori de A, compte tenu de B.

$P(B/A)$: la fiabilité informationnelle de B par rapport à A (*Likelihood*).

$P(B)$: à calculer grâce au théorème d'expansion ($P(B) = P(B/A)P(A) + P(B/\bar{A})P(\bar{A})$)

$$P(A/B) = P(B/A) P(A) / P(B)$$



Révision bayésienne et valeur de l'information

Soit une installation pétrochimique où l'on s'intéresse à la corrosion des tubes au bout d'une durée d'un an. On sait qu'au bout de cette période, un tube sur 10 est corrodé, mais que cette corrosion n'est pas observable à l'œil nu. Divers outils existent pour détecter la corrosion, dont notamment l'utilisation d'ultra-sons. On sait que le générateur d'ultrasons permet de détecter correctement la corrosion d'un tube 9 fois sur 10. On sait aussi que le générateur donne des fausses alertes 2 fois sur 10.

Sachant que le générateur n'indique pas que la section de tube numéro 5 est corrodé, quel est la probabilité pour qu'elle le soit?



Révision bayésienne et valeur de l'information

Interprétation du problème

$P(\text{Tube corrodé}) = 1/10$ (donc $P(\text{Tube non corrodé}) = 9/10$) (Proba a priori)

$P(\text{Générateur dit "tube corrodé"}/\text{Tube corrodé}) = 9/10$ (donc $P(\text{Générateur dit "tube non corrodé"}/\text{Tube corrodé}) = 1/10$) (Probabilité de fiabilité)

$P(\text{Générateur dit "tube corrodé"}/\text{Tube non corrodé}) = 2/10$ (donc $P(\text{Générateur dit "tube non corrodé"}/\text{Tube non corrodé}) = 8/10$) (Probabilité de fausse alerte)

On cherche $P(\text{Tube corrodé} / \text{Générateur dit "Tube non corrodé"})$.



Révision bayésienne et valeur de l'information

Calcul de la solution

La formule de Bayes s'écrit:

$$P(\text{Tube corrodé} / \text{Générateur dit "Tube non corrodé"}) \\ = P(\text{Générateur dit "tube non corrodé"}/\text{Tube corrodé}) * P(\text{Tube Corrodé}) / P(\text{Générateur dit "Tube non corrodé"})$$

On sait que:

$$P(\text{Tube corrodé}) = 1/10$$

$$P(\text{Générateur dit "Tube non corrodé"}/\text{Tube corrodé}) = 1/10$$

$$P(\text{Générateur dit "Tube non corrodé"}) = P(\text{Générateur dit "tube non corrodé"}/\text{Tube corrodé}) * \\ P(\text{Tube corrodé}) + P(\text{Générateur dit "tube non corrodé"}/\text{Tube non corrodé}) * P(\text{Tube non \\ corrodé}) = 1/10 * 1 / 10 + 8 / 10 * 9/10 = 1/100 + 72/100 = 73/100$$

Donc

$$P(\text{Tube corrodé} / \text{Générateur dit "Tube non corrodé"}) = (1/10 * 1/10) / (73/100) = 1/73 \approx 0.013$$



Révision bayésienne et valeur de l'information

Le théorème de Bayes permet aussi de calculer la valeur d'une information supplémentaire.

$$VEIP = VE \text{ avec IP} - VE \text{ sans IP}$$

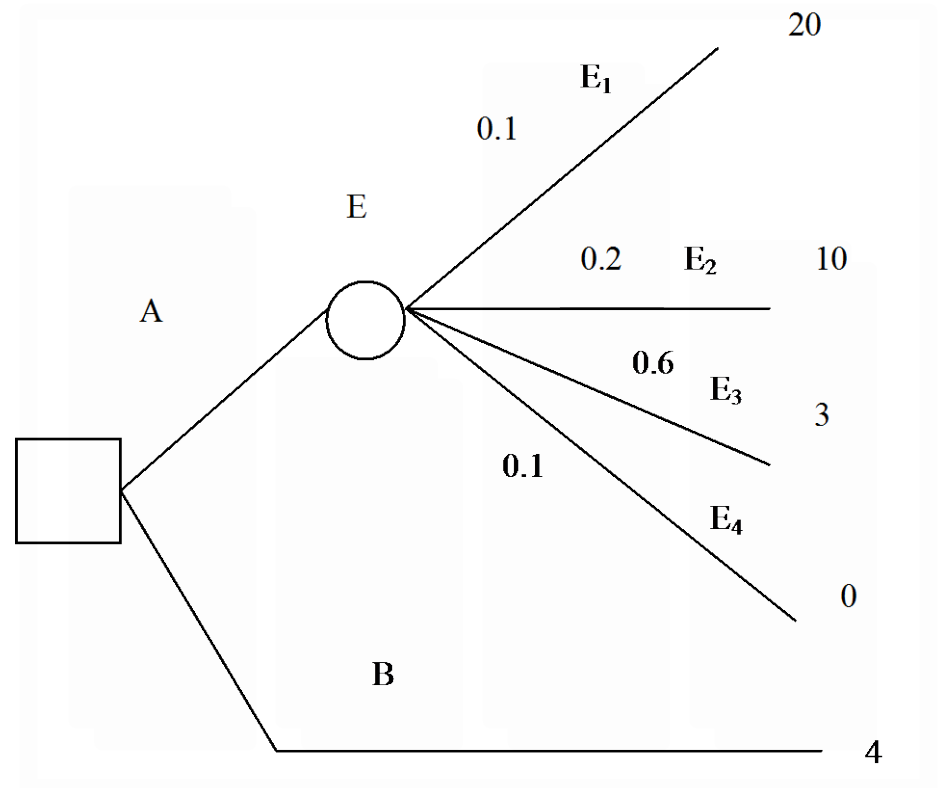
$$VEII = VE \text{ avec II} - VE \text{ sans II}$$



Révision bayésienne et valeur de l'information

Information parfaite : comment fait-on?

1) VE sans IP = 5,8 (choix A)



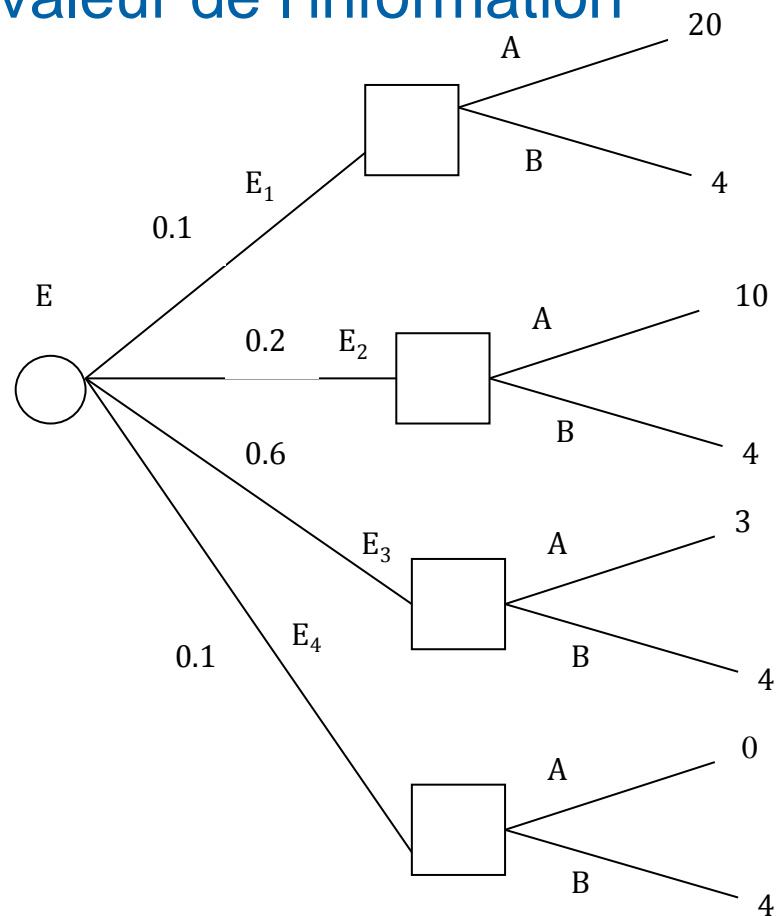


Révision bayésienne et valeur de l'information

Information parfaite : comment fait-on?

VE avec IP sur E : 6,8

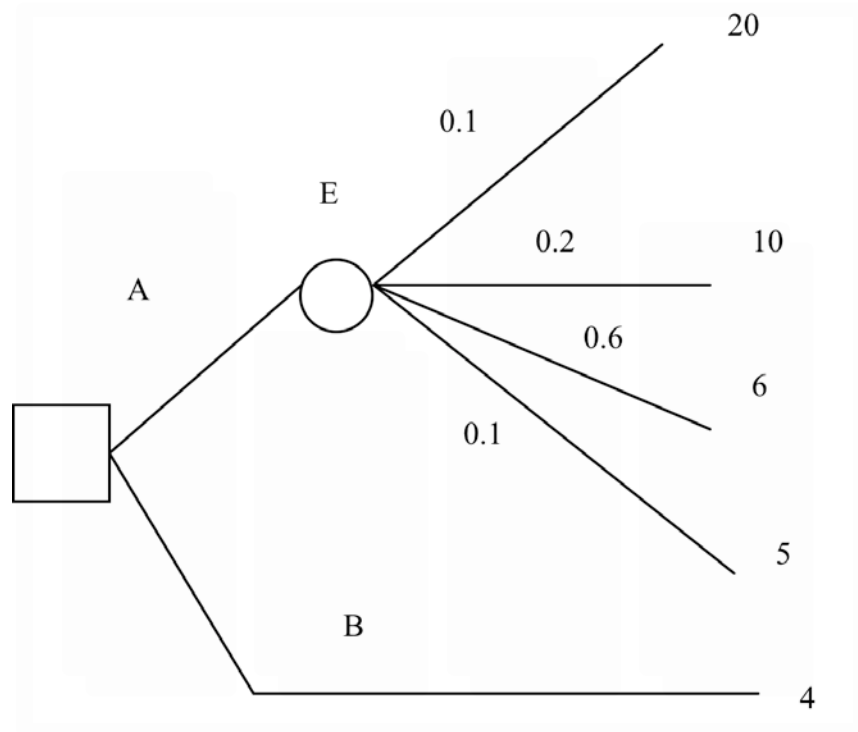
VEIP = 1





Révision bayésienne et valeur de l'information

Un autre exemple :





Révision bayésienne et valeur de l'information

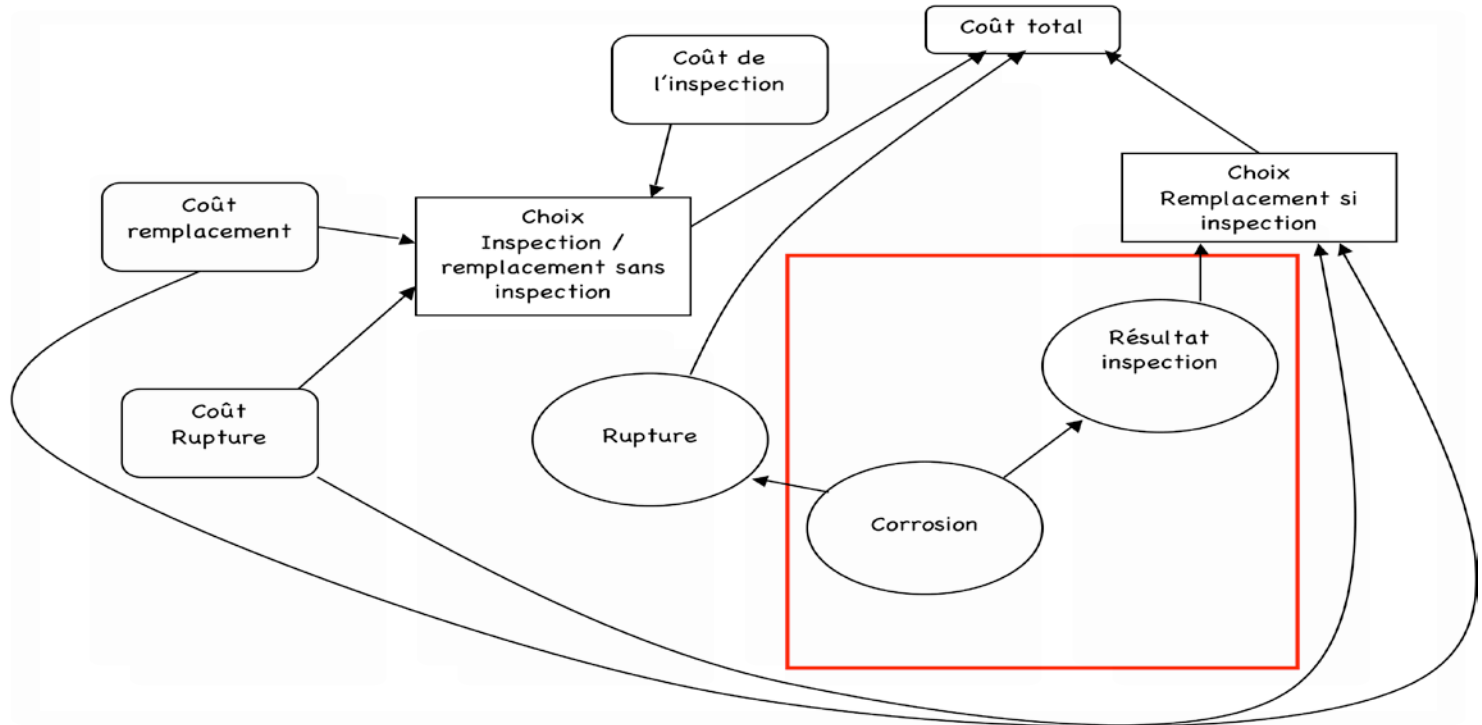
Soit une installation pétrochimique où l'on s'intéresse à la corrosion des tubes au bout d'une durée d'un an. On sait qu'au bout de cette période, un tube sur 10 est corrodé, mais que cette corrosion n'est pas observable à l'œil nu. Divers outils existent pour détecter la corrosion, dont notamment l'utilisation d'ultra-sons. On sait que le générateur d'ultrasons permet de détecter correctement la corrosion d'un tube 9 fois sur 10. On sait aussi que le générateur donne des fausses alertes 2 fois sur 10.

On peut remplacer un tube à un coût de 100 k€. L'inspection par ultra-sons coûte 1 k€. Si un tube rompt, on encourt un coût de 1500 k€

Que faut-il faire?

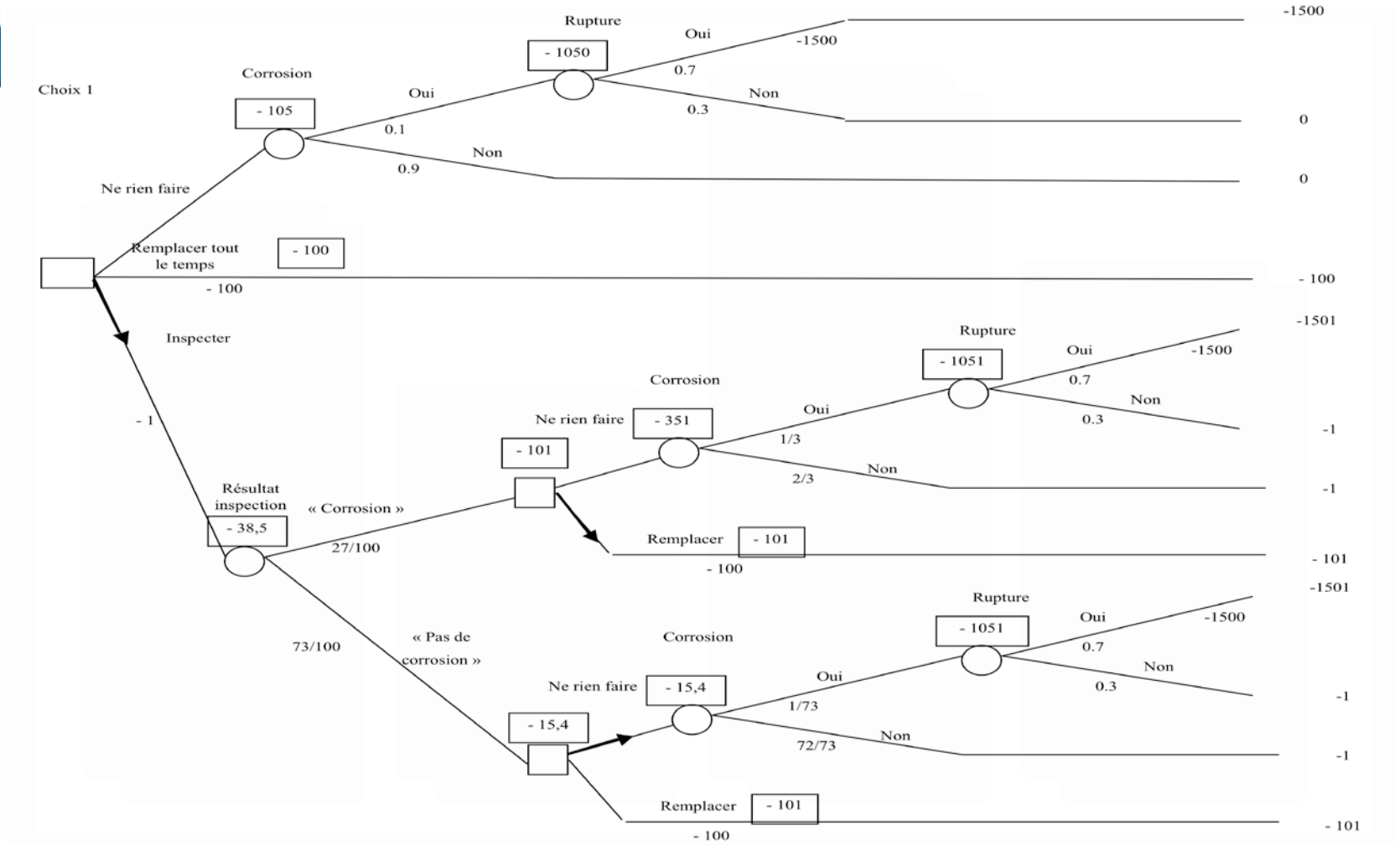


Révision bayésienne et valeur de l'information





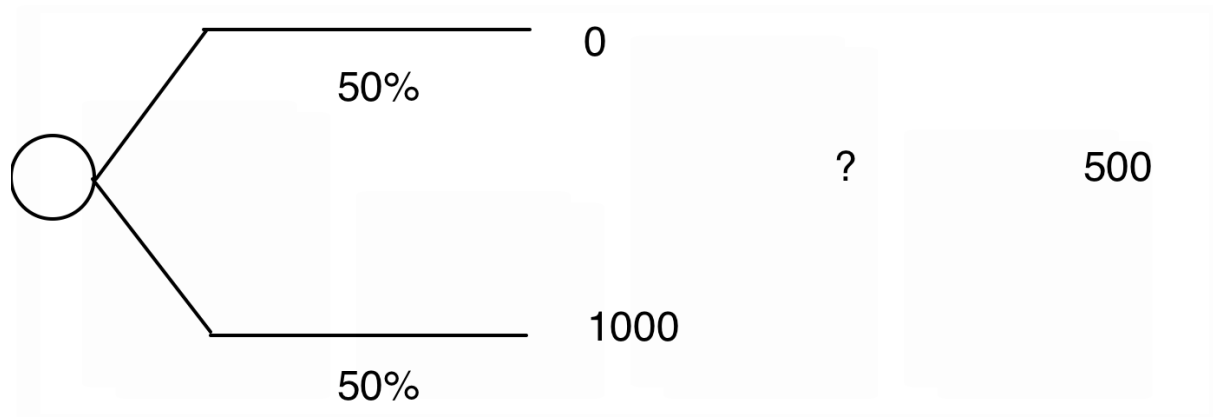
Révision bayésienne et valeur de l'information





Extensions et prolongements

Limite du critère de la valeur espérée :



-> chercher à modéliser les préférences en prenant en compte la nature aléatoire des conséquences des choix : théorie de l'utilité espérée



Extensions et prolongements

Prendre en compte la multidimensionalité des problèmes : théorie de l'utilité multi-attribut

Encoder les probabilités subjectives (et comment faire lorsque l'on est en situation difficilement probabilisable : cf. tutoriel de F. Beaudouin)

Générer des alternatives : Value-Focused Thinking



Quelques références

Clemen, R., Reilly, T. (2013), *Making Hard Decisions With DecisionTools*, Mason, OH : South Western.

Edwards, W., Miles Jr, R.F., von Winterfeldt, D. (2007), *Advances in Decision Analysis*, New York, NY : Cambridge University Press

Goodwin, P., Wright, G. (2004), *Decision Analysis for Management Judgment*, Chichester, England : John Wiley & Sons.

Raiffa, H. (1968), *Decision Analysis*, Reading, MS : Addison-Wesley.