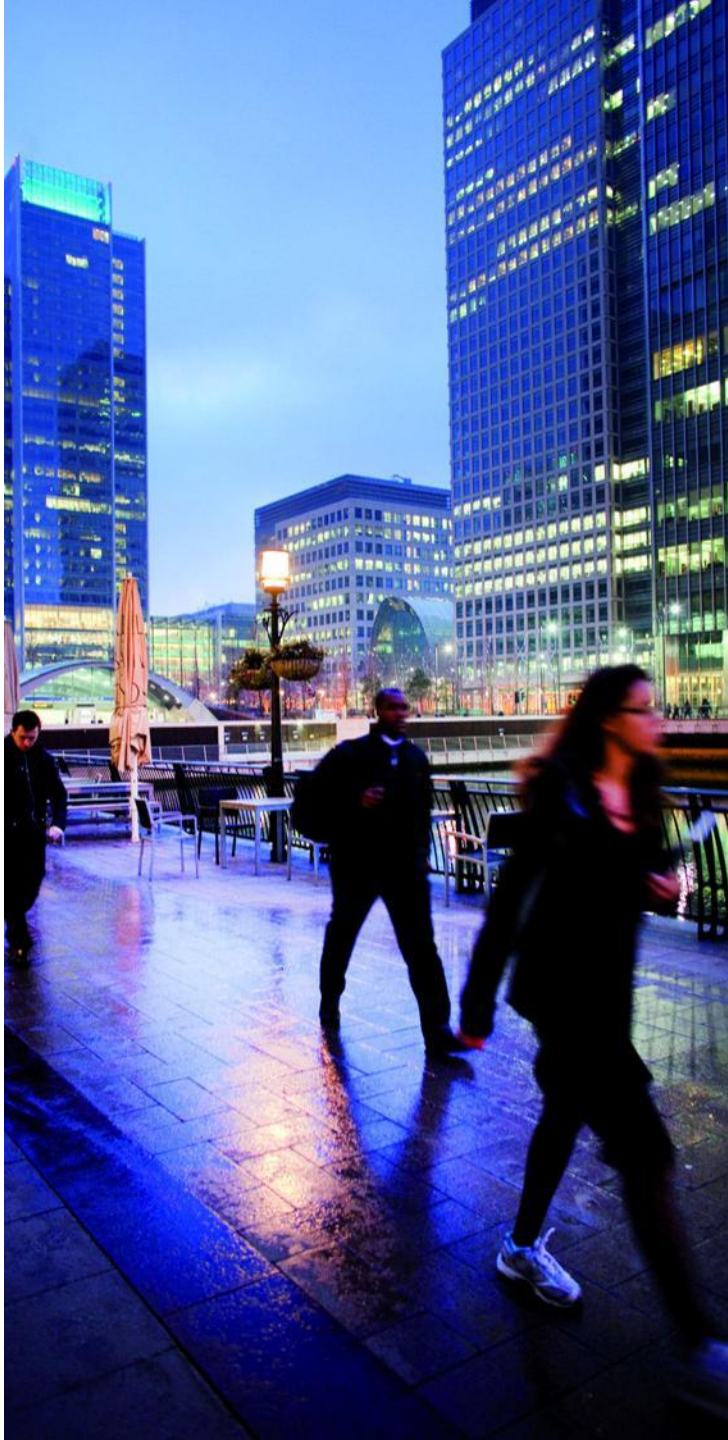
L'APPROCHE INFO-GAP POUR LA ROBUSTESSE DE LA MODÉLISATION PROBABILISTE

ILLUSTRATION SUR LA FIABILITÉ DES CONDUITES FORCÉES D'EDF

Emmanuel ARDILLON (R&D/PRISME/P17)

Avec la contribution d'Antoine AJENJO (R&D/PRISME/P17)



1 CONTEXTE

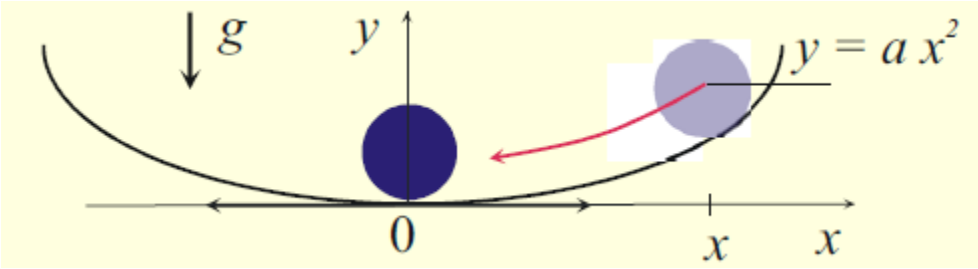
- **Intérêt croissant pour la notion et la quantification de robustesse**
  - Communauté scientifique (mécanique, fiabilité des structures)
  - Besoin industriel sur plusieurs dossiers, potentiel ou avéré
- **Difficulté de mise en œuvre, voire questionnement, du cadre probabiliste pour la quantification de certaines incertitudes**
  - Incertitudes « sévères », incertitudes épistémiques
- **L'approche info-gap répond à cette double préoccupation**

Objectif : Démontrer la robustesse d'évaluations fiabilistes

- Trouver des bornes « sûres » (e.g. sur les paramètres des distributions statistiques) garantissant le respect d'un critère
  - Fiabilité des conduites forcées: probabilité annuelle de défaillance inférieure à une valeur cible
- Obtenir un indicateur quantitatif de robustesse
  - De signification et positionnement maîtrisés
  - Permettant de prendre des décisions
    - À performance égale, choisir les combinaisons de paramètres conduisant à la plus grande robustesse Fiabilité des conduites forcées

2 NOTION GÉNÉRALE DE ROBUSTESSE

- ROBUSTESSE = INSENSIBILITE AUX INCERTITUDES
- [KUC]: aptitude à résister à des approximations ou à des zones d'ignorance afin de se protéger d'impacts pouvant dégrader des propriétés à préserver.
- Décision robuste: **ne change pas en présence d'incertitudes**
- Modèle robuste: modèle dont les prédictions prennent en compte l'application et satisfont un niveau de performance donné en présence d'incertitude
  - Quelle décision veut-on prendre avec le modèle?
- Conception robuste: « en contexte d'ingénierie, une conception robuste est une conception qui détermine les paramètres nominaux d'un produit ou d'un système de manière tels qu'ils soient suffisamment insensibles à tout événement incertain qu'ils pourront rencontrer tout au long de leur cycle de vie » [LEM 14]



- Un état de l'art récent dans le domaine de la conception mécanique identifie 38 mesures de robustesse classifiées en 4 familles différentes
  - Dont les mesures de sensibilité

3. INFO-GAP: PRÉSENTATION GÉNÉRALE
3.1 NOTIONS GÉNÉRALES

Info-gap = théorie générale non probabiliste de la décision robuste

Info-gap = distance (« gap ») entre l'information qui est connue et celle qu'il est nécessaire de connaître pour prendre une décision satisfaisante

- Incertitude I.G. = manque d'information ;

Incertitude: négative (risque → robustesse) ou positive (opportunité)

Info-gap: 3 piliers…

- Modèle du système
- Modèle de performance (critère de décision)
- Modèle d'incertitude

… pour évaluer la robustesse

3. INFO-GAP: PRÉSENTATION GÉNÉRALE
3.1 NOTIONS GÉNÉRALES

Modèle du système

$$\mathcal{M}(\mathbf{q},\mathbf{u}) = \mathbf{y}.$$

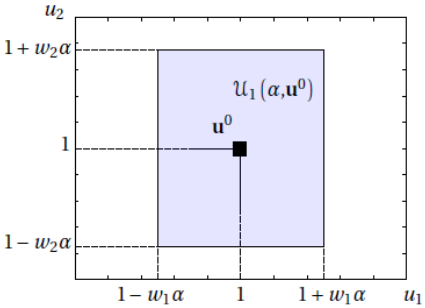
- q : paramètres de décision + paramètres incertains
- u : paramètres méconnus

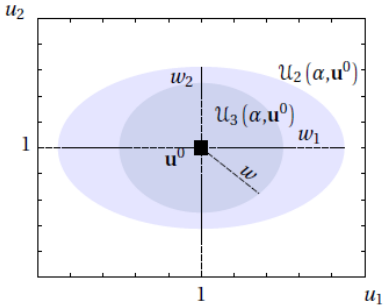
Modèle de performance (modèle de prise de décision)

- $|y| < y^c$
  - E.g.: déplacement, probabilité de défaillance
  - Potentiellement: modèle multi-objectifs (plusieurs sorties)

3. INFO-GAP: PRÉSENTATION GÉNÉRALE
3.2 LES MODÈLES D'INCERTITUDE

- **Modèle d'incertitude**
  - Description du domaine de variation de paramètres
    - Incertitudes décrites de façon minimaliste
    - Pas de mesure
      - non probabiliste !
      - Hors du cadre des probabilités imprécises
      - Moins informatif que les autres théories non probabilistes
    - Nombreuses possibilités (exemples ci-après)





  - Subjectif: choix de l'analyste
    - Calibration selon les informations existantes
  - Une hypothèse forte: existence d'un point nominal
    - À vérifier dans un contexte de forte incertitude – vérifiée dans nos applications
  - Des propriétés communes
    - α = niveau d'incertitude
    - Imbrication
      - Conséquence: la fonction robustesse est une fonction monotone croissante

$$\alpha \le \beta \Rightarrow \mathcal{U}(\alpha,\mathbf{u}^0) \subseteq \mathcal{U}(\beta,\mathbf{u}^0)$$

    - Contraction $\mathcal{U}(\alpha=0,\mathbf{u}^0)=\{\mathbf{u}^0\}$
    - Translation $\mathcal{U}(\alpha,\mathbf{u}^0)=\mathcal{U}(\alpha,\mathbf{0})+\mathbf{u}^0$
    - Expansion linéaire $\mathcal{U}(\beta,\mathbf{0})=\dfrac{\beta}{\alpha}\mathcal{U}(\alpha,\mathbf{0})$

3. INFO-GAP: PRÉSENTATION GÉNÉRALE
3.3 LA ROBUSTESSE INFO-GAP

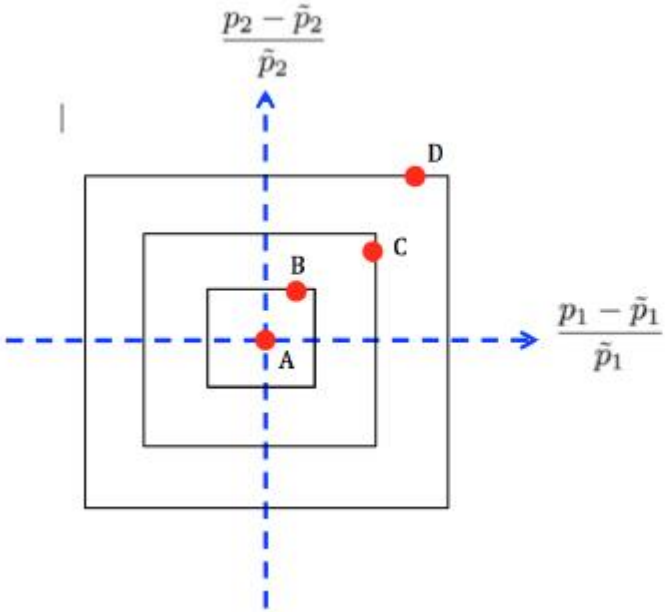
- **La robustesse pour info-gap: un indicateur d'aide à la décision**
  - Définition de la fonction de robustesse
    - = le plus grand niveau d'incertitude que le système peut tolérer
    - = le plus grand niveau d'incertitude pour lequel aucune performance inacceptable ne peut avoir lieu

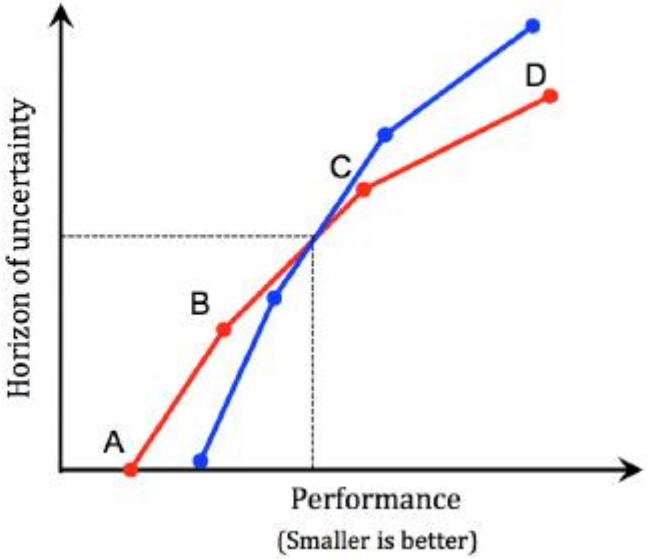
$$\hat{\alpha}(\mathbf{d}, r_c) = \max\left\{\alpha : \max_{\mathbf{m}\in U(\alpha,\mathbf{m}^{(0)})} R(\mathbf{q}) \leq r_c\right\}$$

    - **d** : paramètres de décision
    - **q : d** + paramètres incertains + paramètres méconnus
    - r_c : performance critique

  - Robustesse = indicateur d'aide à la décision (comparer des décisions)
    - La décision d_1 est préférable à la décision d_2 si elle conduit à une plus grande robustesse
      - Pour un niveau de performance donné
      - $d_1 > d_2$ ssi elle permet de tolérer une incertitude plus élevée pour un même niveau de performance
      - $d_1 > d_2$ ssi $\widehat{\alpha}(d_1, r_c) > \widehat{\alpha}(d_2, r_c)$
    - Selon le niveau de performance le « bon choix » peut changer

3. INFO-GAP: PRÉSENTATION GÉNÉRALE
3.3 LA ROBUSTESSE INFO-GAP





3. INFO-GAP: PRÉSENTATION GÉNÉRALE
3.4 LES LIMITES

Non spécifiques

- Existence et choix du point nominal
- Sensibilité des décisions vis-à-vis des modèles d'incertitude
  - Apports d'informations nouvelles dans les modèles d'incertitude (calibration de modèle possible)
- Contraintes pratiques
  - Nécessité d'une série d'optimisations globales sur les domaines d'incertitude imbriqués → coûteux, métamodèles

Propres à info-gap

- Description « pauvre » de l'incertitude
- Robustesse: pas d'interprétation « absolue »
- Prise en compte des dépendances ? (cf. modèle enveloppe : équivalent à intervalles)

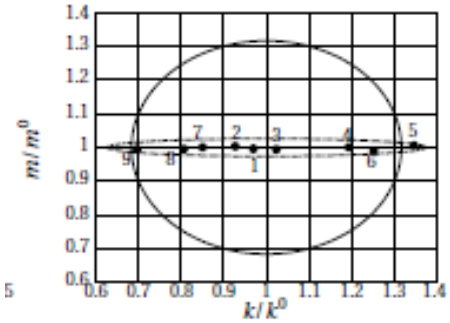
4 APPLICATIONS D'INFO-GAP
4.1 DES DOMAINES TRÈS VARIÉS

Ingénierie, biologie, gestion de projet, politique économique, monétaire…

Secteur de l'eau: comparaison avec optimisation robuste

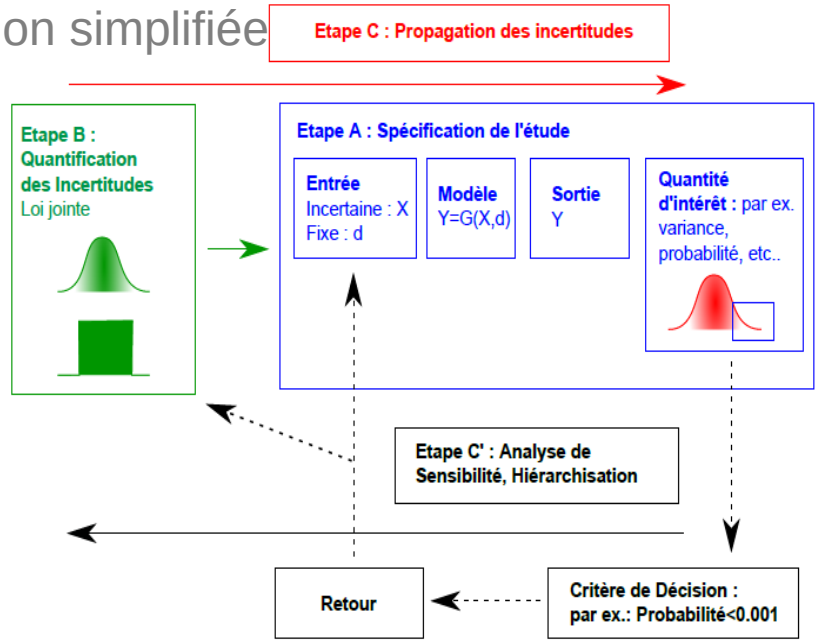
En France / mécanique: le FEMTO-ST l'utilise depuis 15 ans

- PSA (capot de voiture, soudure par points),
- CNES (positionnement capteurs sur satellite),
- Alstom (éoliennes)
- EDF : thèse A. Kuczkowiak – comportement vibratoire des alternateurs 900
  - Analyse de robustesse de la réponse dynamique (déplacement) p/r méconnaissances affectant les solutions propres (base modale initiale)
  - Calibration de modèle d'incertitude sur données d'essai
    - Minimisation de la robustesse empirique
  - Antagonisme fidélité aux données / robustesse aux incertitudes

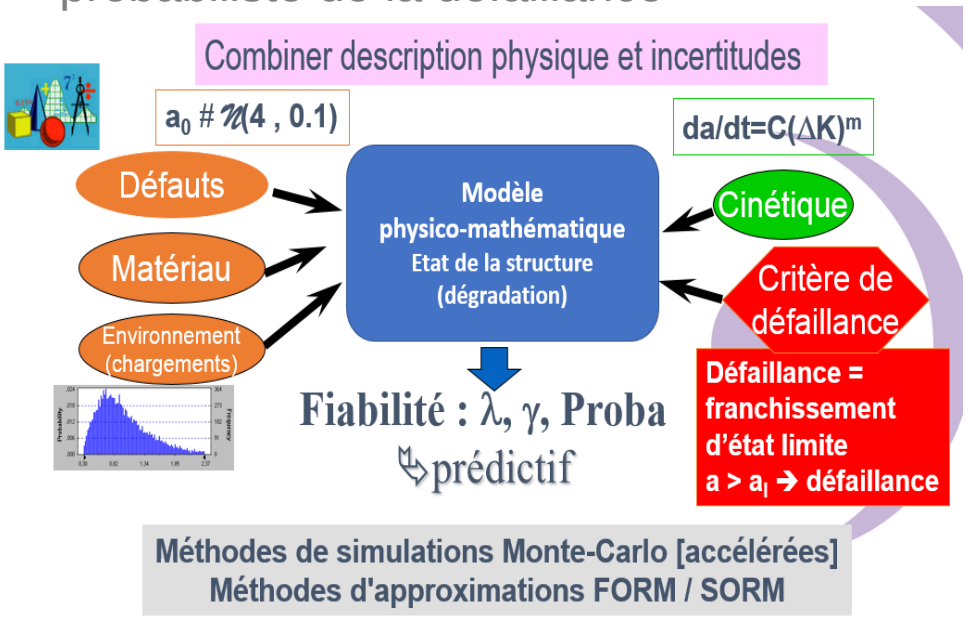


LA FIABILITÉ DES STRUCTURES

Référentiel « Incertitudes » – version simplifiée



Fiabilité des Structures = Approche probabiliste de la défaillance



4 APPLICATIONS

4.2 FIABILITÉ DES STRUCTURES: NIVEAU 1

NIVEAU 1 = connaissance la plus réduite (point nominal)

- Cas R – S : calcul de la robustesse et lien avec le coefficient de sécurité
  - Point nominal : (μ_R, μ_S) [coefficient de sécurité $\Theta = \mu_R/\mu_S$]
  - Coordonnées normalisées:

$$u_R = \frac{R - \mu_R}{\mu_R} \qquad u_S = \frac{S - \mu_S}{\mu_S}$$

  - Critère de défaillance:

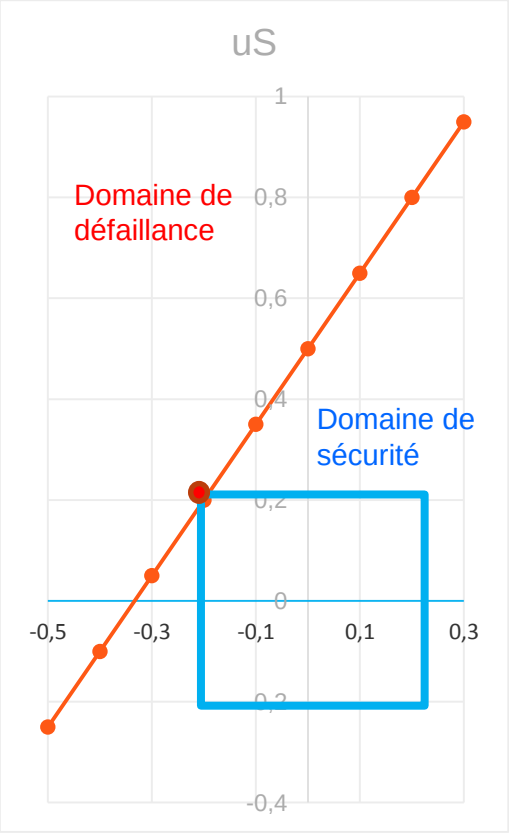
$$u_R < \frac{(1 + u_S)}{\Theta} - 1$$

  - Domaines d'incertitude:

$$\mathrm{Max}(|u_R|, |u_S|) \leq \alpha$$

  - Robustesse calculée:
    - Elle ne dépend que de Θ (fonction croissant
      - »Info-gap non-probabiliste (déterministe)
    - À la différence de β
      - »Tester le cas où la connaissance de σ_R et σ_S est disponible
    - **Θ est une mesure de robustesse de la structure**
      - »Sous ces hypothèses (connaissance limitée au point nominal)

$$\hat{\alpha} = \hat{\alpha}(\Theta) = \frac{\Theta - 1}{\Theta + 1}$$



4 APPLICATIONS

4.4 FIABILITÉ DES STRUCTURES: NIVEAU 2

- NIVEAU 2 = connaissance intermédiaire (point nominal, écarts-types)

Cas R – S

- Point nominal : (μ_R, μ_S) [coefficient de sécurité $\Theta = \mu_R/\mu_S$]
- Coordonnées normalisées:

$$u_R = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \qquad u_S = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S}$$

- Critère de défaillance:

$$g(u_R, u_S) : \; u_R\sigma_R - u_S\sigma_S + (\mu_R - \mu_S) < 0$$

- Domaines d'incertitude: domaine circulaire (exemple choisi)

- Robustesse calculée: **on retrouve β_{HL}, l'indice de fiabilité FORM**
  - **β_{HL} peut donc être interprété comme une mesure de robustesse**

$$\hat{\alpha} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{{\sigma_R}^2 + {\sigma_S}^2}} = \frac{\boldsymbol{\Theta} - 1}{\sqrt{{\boldsymbol{\sigma}_\mathbf{R}}^2 + {\boldsymbol{\sigma}_\mathbf{S}}^2}}$$

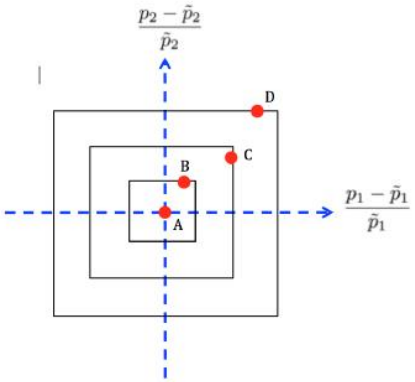
4 APPLICATIONS

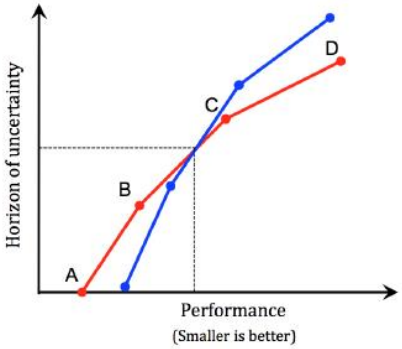
4.4 FIABILITÉ DES STRUCTURES: NIVEAU 3

- NIVEAU 3 = connaissance des lois de probabilité (densités)
- CELUI QUI NOUS CONCERNE
- Info-gap ne porte plus sur les variables elles-mêmes mais sur leurs lois (et, par exemple, sur les paramètres de ces lois)

$$\mathrm{U}\left(\alpha, f_{\mathbf{X}}^{(0)}\right) = \left\{ f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) : f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \geq 0, \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})\,\mathrm{d}\mathbf{x} = 1, \left| f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) - f_{\mathbf{X}}^{(0)}(\mathbf{x}) \right| \leq \alpha f_0 \right\}, \quad \alpha \geq 0,$$

$$\hat{\alpha}(\mathbf{d}, \mathrm{P}_c) = \max\left\{ \alpha : \max_{f_{\mathbf{X}} \in \mathrm{U}(\alpha, f_{\mathbf{X}}^{(0)})} \mathrm{P}_f\left(f_{\mathbf{X}}\right) \leq \mathrm{P}_c \right\}$$





Plus fiable = plus robuste???
Pas toujours!!
Dépend du niveau de performance visé

6. CONCLUSIONS

INFO-GAP: une théorie générale non probabiliste de la décision robuste

- Point de vue: privilégier une décision robuste plutôt qu'optimale

- Trois piliers:
  - Modèle du système
  - Modèle de performance
  - Modèle d'incertitude

- Applications variées

Application à la robustesse de la modélisation probabiliste

cas d'application: Fiabilité des conduites forcées

Suites des travaux en thèse 2019-2022

- Optimisation des calculs
- Autres approches extra-probabilistes
- Autres mesures de robustesse
- Autres cas d'application