

Cette fiche pédagogique a été rédigée par Emmanuel Ardillon (EDF R&D) et discutée dans le cadre du Groupe de Travail et de Réflexion "Sécurité et Sûreté des Structures" de l'IMdR (animateur : André Lannoy). Elle vient compléter certaines fiches « Méthode » émises par le groupe M2OS de l'IMdR et comprises dans le recueil correspondant, notamment la fiche n°9 « Fiabilité en Mécanique – la méthode Contrainte-Résistance ».

Contexte de la Fiabilité des Structures

Présentation générale

Une définition technique de la Fiabilité est donnée par le texte retenu par l'AFNOR NF-X 60 500 (1988):

« **aptitude** d'un dispositif à accomplir une **fonction** requise dans des **conditions** données pendant une **durée** donnée... le terme est aussi utilisé comme caractéristique désignant une probabilité de succès ou un pourcentage de succès »¹.

Revenons sur le premier terme de la définition : l'aptitude, notion qualitative, peut être évaluée de façon déterministe (Marge positive ou négative par rapport à un état limite considéré, entité fiable ou non fiable, réponse binaire de type 0 ou 1), ou probabiliste. Mais, même dans le cas probabiliste, l'appréciation de la fiabilité et la décision qui en résulte sont déterministes (entité *assez* fiable ou *pas assez* fiable). On notera toutefois que cette appréciation peut être soumise à interprétation et, au final, varier selon le décideur.

La dernière phrase de la définition, elle, est plus quantitative et suggère qu'une mesure fréquemment utilisée de la fiabilité est une probabilité, et c'est cette acception probabiliste qui est effectivement retenue en général.

Appliquée aux structures, cette notion de fiabilité permet de dire que la Fiabilité des Structures consiste principalement à évaluer des probabilités de défaillance généralement faibles et fréquemment des sensibilités associées, relatives à un système mécanique (structure plus ou moins complexe), et mettant en jeu :

- une définition précise des modes de défaillance mécanique du système structural ;
- pour chaque mode de défaillance identifié :
 1. Un modèle mathématique plus ou moins complexe de l'état physique du système ;
 2. Une définition du critère de défaillance, qui correspond en fait à la définition d'un état limite ne devant pas être franchi ;

3. Une modélisation, sous forme de distributions de probabilité, des incertitudes affectant les grandeurs d'entrée du modèle d'état : géométrie, propriétés des matériaux, défauts éventuels, environnement (chargement) ;
4. La propagation des incertitudes identifiées à l'étape 3 via le modèle mathématique dans le but d'évaluer la probabilité de défaillance, par des méthodes appropriées ;
5. L'obtention éventuelle de la sensibilité de la probabilité évaluée aux paramètres d'entrée du modèle ou à leurs incertitudes.

Le critère de défaillance considéré consiste donc en le franchissement d'une limite par l'état du système structural considéré, appelée état limite. Il peut s'agir d'un état de ruine de la structure correspondant à une défaillance physique (état limite ultime), ou d'un état correspondant en fait à un fonctionnement dégradé mais encore acceptable (état limite de service).

Les structures analysées par ces méthodes proviennent des domaines les plus divers : composants d'installations industrielles (tuyauteries, récipients...), infrastructures à usage public (ponts, routes...) ou semi-public (bâtiments). Les matériaux qui les constituent sont également divers : métaux (aciers, aluminium dans l'aéronautique, alliages...), béton, maçonnerie, bois, matériaux composites..., ayant tous des propriétés particulières, des caractéristiques mécaniques spécifiques, des mécanismes de dégradation et de vieillissement liés à leurs conditions d'utilisation.

Ces structures ont néanmoins un point commun : compte tenu de l'expérience acquise en matière de construction, qui se confond avec l'histoire de l'humanité, les structures sont généralement peu ou pas défaillantes, en tout cas dans des conditions d'utilisation raisonnablement prévisibles. Et cela est d'autant plus le cas pour les matériels intervenant dans les installations des industries à risque, soumises à des exigences de sécurité élevées.

Des fondements anciens mais une histoire récente

Comme on le voit, la Fiabilité des Structures se rattache à la fois au calcul des probabilités^a, discipline scientifique remontant au XVII^{ème} siècle, mais aussi au domaine de la construction, dont l'origine est encore plus ancienne et se confond avec l'histoire de l'humanité, et à celui de la Mécanique des Structures^b, domaine scientifique formalisé depuis Galilée. Des notions intuitives de fiabilité étaient présentes dès l'époque romaine.

Néanmoins, il a fallu attendre le XX^{ème} siècle pour que s'opère la jonction féconde entre ces domaines parents, grâce à des moyens conceptuels plus aboutis et une acceptation progressive de l'incertain. Avant la seconde guerre mondiale, seuls quelques pionniers tentent de promouvoir les concepts de l'incertain en Mécanique des Structures, le premier d'entre eux étant Mayer en Allemagne qui, dès 1926, suggéra d'utiliser en conception les valeurs moyennes et les variances des variables. Il faut attendre R. Lévi en France, puis surtout 1947 et A. M. Freudenthal aux Etats-Unis pour trouver les bases du débat scientifique actuel^{1,2}.

^a <http://fr.wikipedia.org/wiki/Probabilité>

^b http://fr.wikipedia.org/wiki/Mécanique_des_structures

Des spécificités conduisant à des méthodes originales

La double filiation de la Fiabilité des Structures lui confère un caractère particulier qui a conduit la communauté de chercheurs et d'ingénieurs du domaine à développer des méthodes particulières, adaptées à la problématique du domaine.

Premièrement, comme on l'a indiqué, les défaillances des structures sont rares, et il faut donc calculer des probabilités très faibles avec une précision acceptable. Lorsque le calcul analytique de ces probabilités est mal aisé ou impossible (ce qui est le cas général dans la pratique industrielle), la méthode de base permettant d'évaluer n'importe quelle probabilité d'événement (en particulier une défaillance structurale) est la méthode de simulation dite de Monte Carlo^c ; cette méthode est très générale et ne nécessite aucune hypothèse de régularité sur le modèle utilisé, mais pour obtenir de faibles probabilités il faut faire de nombreuses simulations. Par exemple, pour estimer une probabilité de 10^{-k} avec une précision acceptable (coefficient de variation de l'ordre de 10%), il faut faire 10^{k+2} simulations, ce qui peut devenir problématique lorsque chaque appel au code de calcul implémentant le modèle considéré (par exemple un code aux éléments finis^d) prend un temps non négligeable. Cette situation se rencontre souvent en pratique, les phénomènes modélisés ayant généralement une certaine complexité, augmentant avec l'accroissement des connaissances. Il est donc nécessaire de développer des méthodes de calcul probabiliste alternatives.

Deuxièmement, il est souhaitable de disposer d'une grandeur permettant de comparer les structures entre elles du point de vue de leur fiabilité et peu sensible à de légères variations des hypothèses portant sur les grandeurs d'entrée (e.g. lois probabilistes des variables aléatoires).

La **méthode FORM** (First Order Reliability Method : Méthode de Fiabilité du Premier Ordre) correspond à ce double objectif : permettre d'estimer rapidement de faibles probabilités, et faire référence à la notion d'indice de fiabilité explicitée ci-après. Elle est décrite dans tous les ouvrages de référence de la Fiabilité des Structures^{1,3,4}.

Première formulation du problème : méthode Résistance-Contrainte

Les méthodes résistance – contrainte sont à la base des méthodes de fiabilité des structures (cf. Figure 1). Ce sont les méthodes les plus simples. La fonction d'état limite Z s'écrit alors :

$$Z = \text{Résistance} - \text{Sollicitation} = R - S$$

et il y a défaillance si le terme de résistance R se trouve inférieur au terme de sollicitation S .

^c http://fr.wikipedia.org/wiki/Méthode_de_Monte_Carlo

^d http://fr.wikipedia.org/wiki/éléments_finis

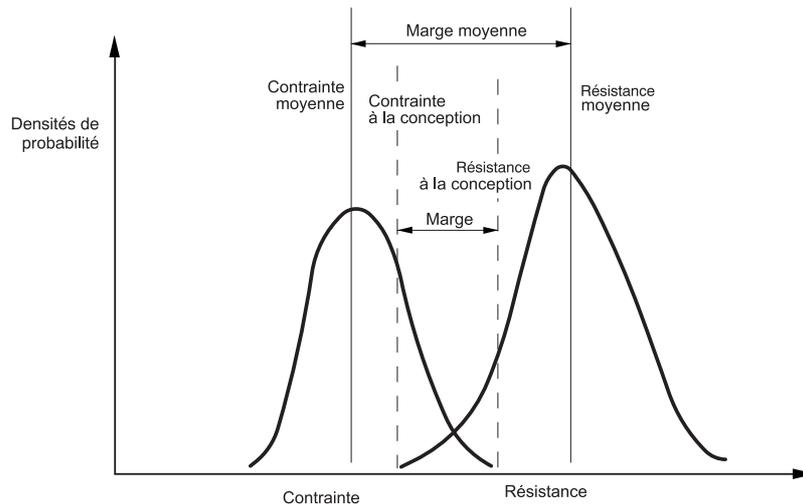


Figure 1 – Méthodes résistance-contrainte

Sur la figure 1 ci-dessus⁵, la contrainte correspond à la sollicitation. Les valeurs de contrainte ou résistance à la conception désignent des valeurs de référence pénalisantes de ces grandeurs.

Soit A l'événement {la sollicitation $S \in [s, s + ds]$ } et B l'événement {la résistance $R < s$ }. La probabilité de défaillance, pour des sollicitations comprises entre s et $s + ds$, est la probabilité de l'événement $\{A \cap B\}$. On note $f_R(r)$ la densité de probabilité de la variable R et $f_S(s)$ la densité de probabilité de la variable S . Il vient alors :

$$\Pr\{A\} = f_S(s).ds \quad \text{et} \quad \Pr\{B\} = \int_{-\infty}^s f_R(r).dr = F_R(s)$$

Si l'on suppose que la sollicitation S et la résistance R sont indépendantes, les événements A et B sont indépendants et la probabilité de défaillance élémentaire $\Pr\{A \cap B\}$ évoquée ci-dessus est égale au produit des probabilités $\Pr\{A\}$ par $\Pr\{B\}$.

Pour toutes les sollicitations possibles, il vient :

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} f_S(s).F_R(s).ds$$

Par un raisonnement analogue (en considérant cette fois la résistance), on peut écrire également :

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} f_R(r).(1 - F_S(r)).dr$$

D'où finalement :

$$P_f = P(R - S \leq 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_R(y).f_S(y)dy = \int_{-\infty}^{+\infty} f_R(y)(1 - F_S(y))dy$$

Formulation générale d'un problème de Fiabilité des Structures

De manière plus générale, l'état de la structure et de son environnement sollicitant est caractérisé par un vecteur de n variables aléatoires ou déterministes $\underline{X} = (X_1, \dots, X_n)^T$, et une fonction d'état limite (encore appelée fonction de défaillance, fonction de performance ou marge de sûreté) $G(\underline{X})$.

Cette fonction G définit :

- La surface d'état limite: $G(\underline{X}) = 0$, notée ∂D , qui constitue le critère de défaillance et sépare l'espace des réalisations des variables aléatoires en :
- un domaine de défaillance D (failure set) défini par : $G(\underline{X}) \leq 0$

- un domaine de sûreté ou de sécurité S (safe set) défini par : $G(\underline{X}) > 0$.

La probabilité de défaillance est alors : $P_f = \Pr[G(\underline{X}) \leq 0]$.

Les composantes du vecteur \underline{X} sont les différentes variables qui décrivent l'état physique de la structure ou du composant structural et de son environnement vis-à-vis du mode de défaillance étudié, comme par exemple :

- les sollicitations thermomécaniques (pression, température et son gradient, moments...),
- les propriétés mécaniques du matériau (limite d'élasticité, module d'Young, résistance à la déchirure, ténacité...),
- les caractéristiques géométriques,
- les caractéristiques de défauts (en Mécanique de la Rupture, longueur et hauteur des défauts plans).

Certaines de ces grandeurs peuvent inclure des évolutions temporelles (effets du vieillissement notamment).

La loi de répartition du vecteur X est décrite par la densité conjointe $f_{\underline{X}}(\underline{x})$, et la probabilité de défaillance s'écrit :

$$P_f = \Pr[G(\underline{X}) \leq 0] = E_{\underline{X}} [1_{\{G(\underline{X}) \leq 0\}}] = \int 1_{\{G(\underline{X}) \leq 0\}} \cdot f_{\underline{X}}(\underline{X}) \cdot d\underline{X}$$

avec $1_{\{G(\underline{X}) \leq 0\}}$ la fonction indicatrice, qui vaut 1 si $G(\underline{X}) \leq 0$ et 0 sinon.

Notion d'indice de fiabilité

L'idée de base consiste à définir une grandeur, associée à un événement de type « défaillance de structure », qui mesure la fiabilité d'une structure. Plus l'indice de fiabilité est élevé, plus la structure est fiable. Il est ainsi possible de comparer les structures entre elles.

De manière plus précise, on peut noter premièrement qu'il existe de nombreuses sources d'écarts entre les probabilités de défaillance calculées en fiabilité des structures, ayant un caractère notionnel (i.e. conventionnel) et les fréquences réelles de défaillance qu'elles visent à estimer. Par conséquent, des grandeurs telles que les indices de fiabilité manipulés dans les AFS, dont les valeurs typiques sont de quelques unités, sont plus cohérents avec le niveau réel de représentativité des évaluations issues des modèles mécano-probabilistes.

Deuxièmement, la notion d'indice de fiabilité procède d'un vocabulaire positif et rassurant, plus politiquement correct que celle de "probabilité de défaillance".

Troisièmement, un des objectifs des AFS est de comparer simplement les fiabilités de différentes structures ou projets de structures entre eux. Cette utilisation comparative plutôt qu'absolue est d'autant plus justifiée du fait du caractère notionnel des évaluations évoqué dans le premier point. Les indices de fiabilité définis répondent à cette préoccupation.

Enfin, l'échelle de sensibilité d'une personne exposée à un risque est plus proche du logarithme de la probabilité, ce qui correspond mieux aux indices de fiabilité rappelés ci-dessous.

Deux principales propositions d'indices de fiabilité ont été faites¹. L'indice de fiabilité est généralement noté β .

Indice de Cornell

La première proposition est attribuée à Rjanitzyne dans les années 50 en Union Soviétique, mais elle a été popularisée par Cornell (1968) aux Etats-Unis. L'indice est appelé indice de Rjanitzyne-Cornell, β_{RC} , ou plus simplement indice de Cornell β_C . Il est défini comme le rapport entre la moyenne de la fonction de performance $Z = G(\underline{X})$ et l'écart-type de cette même fonction :

$$\beta_C = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z}$$

Cet indice apparaît en fait comme étant le nombre d'écart-types entre le point moyen μ_Z et l'état-limite ($z = 0$). L'indice β_C est un nombre sans dimension. Il traduit l'usage fréquent en ingénierie de se décaler de quelques écart-types par rapport à la moyenne pour se placer en sûreté, de même que les valeurs d'un indice de fiabilité sont de quelques unités.

Malheureusement, cet indice n'est pas invariant dans les différentes représentations de la fonction d'état-limite $G(\underline{X})$, ce qui en constitue une limite importante.

Indice d'Hasofer-Lind

Une alternative a donc été proposée pour pallier la non invariance de β_C . Hasofer et Lind (1974) sont à l'origine de cette proposition^{1,6}, appelée indice d'Hasofer-Lind β_{HL} . Cet indice est au cœur de la méthode FORM. Il repose sur une transformation d'espace.

Transformation d'espace

L'espace d'origine est celui des variables aléatoires d'entrée du modèle mécanique (espace physique) : chaque variable constitue une dimension de cet espace. On effectue alors un changement de variable vers un nouvel espace de variables Gaussiennes notées U_i statistiquement indépendantes, centrées réduites (i.e. de moyenne nulle $\mu_{U_i} = 0$ et d'écart-type unitaire $\sigma_{U_i} = 1$) :

$$X_i \rightarrow U_i \text{ vecteur Gaussien } N(0, 1), \mu_{U_i} = 0, \sigma_{U_i} = 1, \rho_{ij} = 0, \forall i \neq j$$

où ρ_{ij} désigne le coefficient de corrélation entre les variables U_i et U_j .

L'espace des variables transformées (espace transformé) est appelé espace normé ou espace standard.

La transformation est immédiate lorsque les variables physiques X_i sont gaussiennes indépendantes :

$$U_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}}$$

Dans le cas où les variables physiques X_i sont indépendantes mais de lois marginales quelconques, la transformation consiste à écrire l'égalité des fonctions de répartition des variables X_i (notée F_{X_i}) et U_i (notée Φ):

$$\Phi(U_i) = F_{X_i}(X_i), \text{ soit } U_i = \Phi^{-1}(F_{X_i}(X_i))$$

Cette transformation possède une propriété intéressante : grâce à sa définition, la probabilité d'un domaine de l'espace physique d'origine et de son transformé sont identiques. On dit qu'elle est isoprobabiliste.

Lorsque les variables ne sont pas indépendantes, il faut tout d'abord noter qu'il est en principe nécessaire de connaître la loi conjointe des variables aléatoires. Une forme générale de la transformation a été donnée par Rosenblatt en 1952 (cf. Figure 2), sans hypothèse particulière sur cette loi conjointe. Cette transformation nécessite toutefois la connaissance de la loi conjointe des variables aléatoires X_i , ce qui est souvent difficile à obtenir. Par ailleurs, elle n'est pas unique car elle suppose un choix de l'ordre des variables X_i , mais il est généralement considéré que ce choix a peu d'impact sur l'indice de fiabilité. Faute de disposer d'une connaissance suffisante de la loi conjointe, on peut utiliser la transformation de Nataf qui nécessite seulement la connaissance plus accessible des lois marginales des variables X_i et de leur matrice de corrélation.

Plus récemment, un cadre général basé sur la théorie des copules a été proposé⁷. Les copules constituent un outil mathématique général pour modéliser une structure de dépendance quelconque des variables aléatoires. A chaque forme de copule va correspondre une transformation isoprobabiliste adaptée, et réciproquement. Ainsi, la transformation de Nataf introduit une hypothèse sur la structure de dépendance des variables qui correspond au choix d'une copule gaussienne. Il est possible de généraliser cette transformation au cas des copules elliptiques (transformation de Nataf généralisée)⁸. La transformation de Rosenblatt, elle, ne suppose aucune forme particulière de copule. On notera que le choix de la copule peut avoir un impact sur l'indice de fiabilité trouvé et qu'il est donc souhaitable de justifier ce choix ; compte tenu des informations disponibles cette justification ne peut toutefois pas toujours être apportée, et la pratique habituelle consiste à utiliser la transformation de Nataf.

Définition de l'indice de fiabilité β_{HL}

Dans l'espace standard (transformé), l'indice de fiabilité β_{HL} est défini comme la distance de l'origine O au point U^* (parfois noté P^*) de la surface d'état-limite qui se trouve le plus proche de l'origine. Ce point U^* est appelé point de conception (design point en anglais) ou point de défaillance le plus probable. Il s'agit en effet, à la conception, de se prémunir contre la combinaison d'événements qui serait la plus vraisemblable lors d'une défaillance : on ne conçoit pas une structure au point moyen.

Une distance est essentiellement positive, donc β_{HL} est compté positif lorsque l'origine est hors du domaine de défaillance, négatif sinon. L'indice β_{HL} (noté β sur la figure) est représenté à la figure ci-dessous.

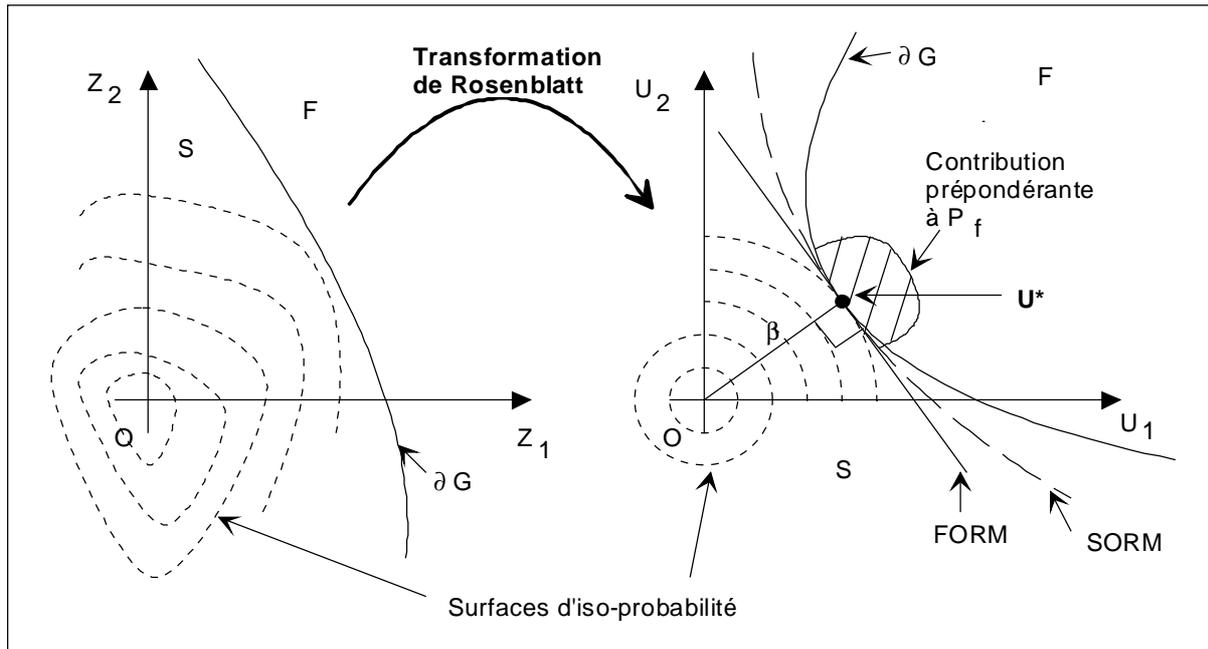


Figure 2 – Transformation d'espace, indice de fiabilité β_{HL} , approximations FORM et SORM

La recherche du point U^* s'effectue à l'aide d'un algorithme d'optimisation^e sous contrainte d'égalité (il doit être sur la surface de défaillance). De nombreux algorithmes répartis en différentes classes ont été élaborés, comme par exemple l'algorithme historique du premier ordre de Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler⁹ ou Cobyla (qui ne nécessite pas de calcul du gradient). Des problèmes de convergence peuvent apparaître, par exemple s'il existe plusieurs points de conception ou si l'état limite est perturbé (présence de minima locaux).

Méthode FORM

Description de la méthode

La méthode FORM (First Order Reliability Method) permet, à partir de la connaissance du point U^* et de l'indice de fiabilité β_{HL} correspondant, d'obtenir une approximation immédiate de la probabilité de défaillance (probabilité du domaine F ou D de la figure 2 ci-dessus).

En effet, compte tenu de la décroissance exponentielle de la densité multivariée dans l'espace gaussien en fonction de la distance r à l'origine (en $e^{-\frac{r^2}{2}}$), la principale contribution à la probabilité de défaillance est donnée par la zone du domaine de défaillance qui se situe au voisinage du point U^* . Pour cette raison, le point U^* est appelé point de défaillance le plus probable (cf. figure 2 ci-dessus).

Or, sur ce voisinage, la surface de défaillance coïncide approximativement avec son hyperplan tangent au point U^* .

^e [http://fr.wikipedia.org/wiki/Optimisation_\(mathématiques\)](http://fr.wikipedia.org/wiki/Optimisation_(mathématiques))

Pour la même raison de décroissance de la densité en $e^{-\frac{r^2}{2}}$, la probabilité du voisinage bordé par le plan tangent est très proche de celle de l'ensemble du domaine délimité par le plan tangent (situé du côté de la défaillance).

L'intérêt de ce raisonnement est que la probabilité de ce domaine délimité par le plan tangent s'obtient immédiatement. Cette probabilité, notée P_{FORM} , vaut :

$$P_{FORM} = \Phi(-\beta_{HL})$$

Où Φ désigne la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

C'est la valeur approchée de la probabilité de défaillance donnée par la méthode FORM.

On donne au tableau ci-dessous quelques valeurs correspondantes entre P_{FORM} et β_{HL} :

Tableau 1 – Correspondance entre probabilité et indice de fiabilité

P_{FORM}	β_{HL}
10^{-1}	1.28
10^{-2}	2.33
10^{-3}	3.09
10^{-4}	3.72
10^{-5}	4.75

Cette approximation présente l'intérêt d'être obtenue au prix d'un coût calculatoire généralement faible, qui résulte essentiellement de l'algorithme d'optimisation qui fait appel un nombre de fois relativement limité au modèle numérique.

Un autre intérêt de l'indice de fiabilité β_{HL} est qu'une information importante est donnée par les cosinus directeurs α_i de la droite U^*O orientée de U^* vers O : on a en effet

$$U_i^* = -\beta \cdot \alpha_i$$

Les facteurs α_i sont généralement appelés facteurs de sensibilité : chaque facteur α_i représente l'influence de la variable U_i dans l'état limite et une approximation de l'influence de la variable physique X_i qui lui est associée.

Les facteurs α_i^2 sont appelés facteurs d'importance : leur somme est égale à 1, ou encore 100%. Ils sont bien adaptés au cas où les variables X_i sont indépendantes.

Ils donnent une indication de l'importance stochastique de la variable aléatoire U_i , et aussi, indirectement, de la variable X_i . Ils représentent en effet la contribution de la variable U_i à la variance totale de l'état limite linéarisé au point de défaillance le plus probable (d'équation $\widetilde{G}_U(\vec{U}) =$

$\sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot u_i - \beta = 0$) : de manière précise, on a $\alpha_i^2 = Var(E[\widehat{G}_U(\vec{U})|U_i])$, où Var désigne la variance et $E[.|.]$ désigne l'espérance conditionnelle.

Néanmoins, on peut constater que l'écart lié à l'approximation de la probabilité n'est pas quantifié. Aucune estimation de cette erreur d'approximation n'est disponible immédiatement. Par ailleurs, la recherche du point de défaillance le plus probable U^* peut ne pas aboutir (notamment si certaines conditions de régularité de la surface d'état-limite ne sont pas satisfaites), ou converger vers un minimum local différent du véritable point de défaillance le plus probable (problèmes de convergence).

FORM : une première étape vers des méthodes plus élaborées

On notera tout d'abord qu'il est possible **d'affiner l'approximation** de la probabilité donnée par FORM. Lorsque le point de conception U^* trouvé est pertinent, la principale source d'erreur du calcul FORM est liée à la courbure de la surface d'état-limite au point U^* . Cette information est donnée par les courbures principales de la surface d'état-limite au point U^* et leur direction. Il s'agit d'une information du second ordre. La méthode prenant en compte cette information est, par conséquent, la méthode **SORM** (Second Order Reliability Method : Méthode de Fiabilité du Second Ordre). Plus précisément, il existe deux sous-familles de méthodes SORM :

- Des méthodes basées sur l'évaluation exacte de la probabilité correspondant à un domaine approchant le domaine de défaillance et délimité par une surface du deuxième ordre approchant la surface de défaillance originale au point U^{*11} ; le type de surface le plus fréquemment utilisé est un hyperparaboloïde ;
- Des méthodes « asymptotiques », basées sur une correction asymptotique (i.e. exacte lorsque l'indice β_{HL} tend vers l'infini) de l'approximation FORM ; la principale formule asymptotique est la formule de Breitung¹⁰, les autres formules correspondant à un développement asymptotique plus poussé.

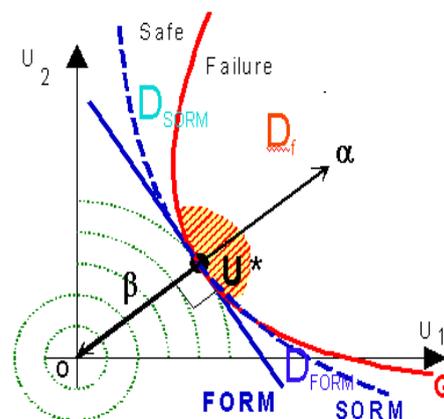


Figure 3 – Approximations FORM et SORM de la surface d'état-limite au point U^*

Sur la figure 3 ci-dessus, D_f désigne le domaine de défaillance transformé dans l'espace standard, D_{FORM} son approximation FORM et D_{SORM} une approximation SORM.

Par ailleurs, on notera que l'approximation FORM peut servir de première étape dans des méthodes plus élaborées (cf. échantillonnage préférentiel, encore appelé tirage d'importance^f)⁷.

Compte tenu de ses avantages (et malgré les inconvénients évoqués ci-dessus), la méthode **FORM** est généralement considérée comme une méthode classique performante d'estimation d'une faible probabilité, et est utilisée à ce titre dans de nombreuses applications industrielles^{13,14}. Elle est également implémentée dans la plupart des logiciels d'analyse probabiliste ou fiabiliste^{15,16}, ou de traitement des incertitudes¹⁷. Il est toujours souhaitable de l'utiliser pour estimer de faibles probabilités, couplée avec SORM, mais son utilisation reste insuffisante si l'on souhaite garantir la précision de l'estimation.

Références

1. Maurice Lemaire, en collaboration avec A. Chateauneuf et J.-C. Mitteau - *Fiabilité des Structures – Couplage mécano-fiabiliste statique*, Ed. Lavoisier, 2005
2. A.M. Freudenthal – “The Safety of Structures”, *ASCE Transactions*, Vol. 112, 1947
3. H.O. Madsen, S. Krenk, N. C. Lind – *Methods of Structural Safety*. Prentice-Hall, 1986
4. R. E. Melchers – *Structural Reliability Analysis and prediction*, 2nd Edition – Wiley & Sons, 1999.
5. André Lannoy, « Quelques éléments de Fiabilité des Structures », revue *Techniques de l'Ingénieur*, 2003
6. A.M. Hasofer and N.C. Lind – “Exact and invariant second moment code format”, *Journal of engineering mechanics div.*, vol. 100:111-121, 1974
7. R. Lebrun, A. Dutfoy - An innovating analysis of the Nataf transformation from the viewpoint of copula, *Probabilistic Engineering Mechanics*, vol 24 (2009), pp. 312-320 ISSN 0266-8920.
8. R. Lebrun, A. Dutfoy - A generalization of the Nataf transformation to distributions with elliptical copula, *Probabilistic Engineering Mechanics*, vol 24 (2009), pp 172-178
9. R. Rackwitz, B. Fiessler – Structural reliability under combined random load sequences. *Computer and Structures*, vol. 9:489-494, 1979
10. K. Breitung – “Asymptotic approximations for multinormal integrals”, *Journal of engineering mechanics div.*, ASCE, pp.357-366, mars 1984
11. L. Tvedt – Distributions of quadratic forms in normal space – application to structural reliability – *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 116(6):1183-1197, Juin 1990
12. Anne Gille-Genest - *Thèse sur l'utilisation des méthodes numériques probabilistes dans les applications au domaine de la Fiabilité des Structures*, avril 1999
13. *Lifetime Management of structures – An ESReDA Working Group Report*, édité par André Lannoy, publié par Det Norske Veritas, 2004
14. *SRA into SRA: Structural Reliability Analyses into System Risk Assessment – An ESReDA Working Group Report*, édité par Emmanuel Ardillon, publié par Det Norske Veritas, 2010
15. PROBAN, SESAM User Manuel PROBAN, General purpose probabilistic analysis program, Version 4.4, Det Norske Veritas, Octobre 2004
16. PHIMECASOFT, Solutions for robust engineering, www.phimeca.com
17. OpenTURNS – Reference Guide, Tech. rep. EDF – EADS - Phimeca, www.openturns.org

^f http://fr.wikipedia.org/wiki/échantillonnage_préférentiel